相対論的流体力学の
理論的進展

[10月からイリノイ大シカゴ校]

西暦 本郷 優 (慶應大/理研iTHEMS)

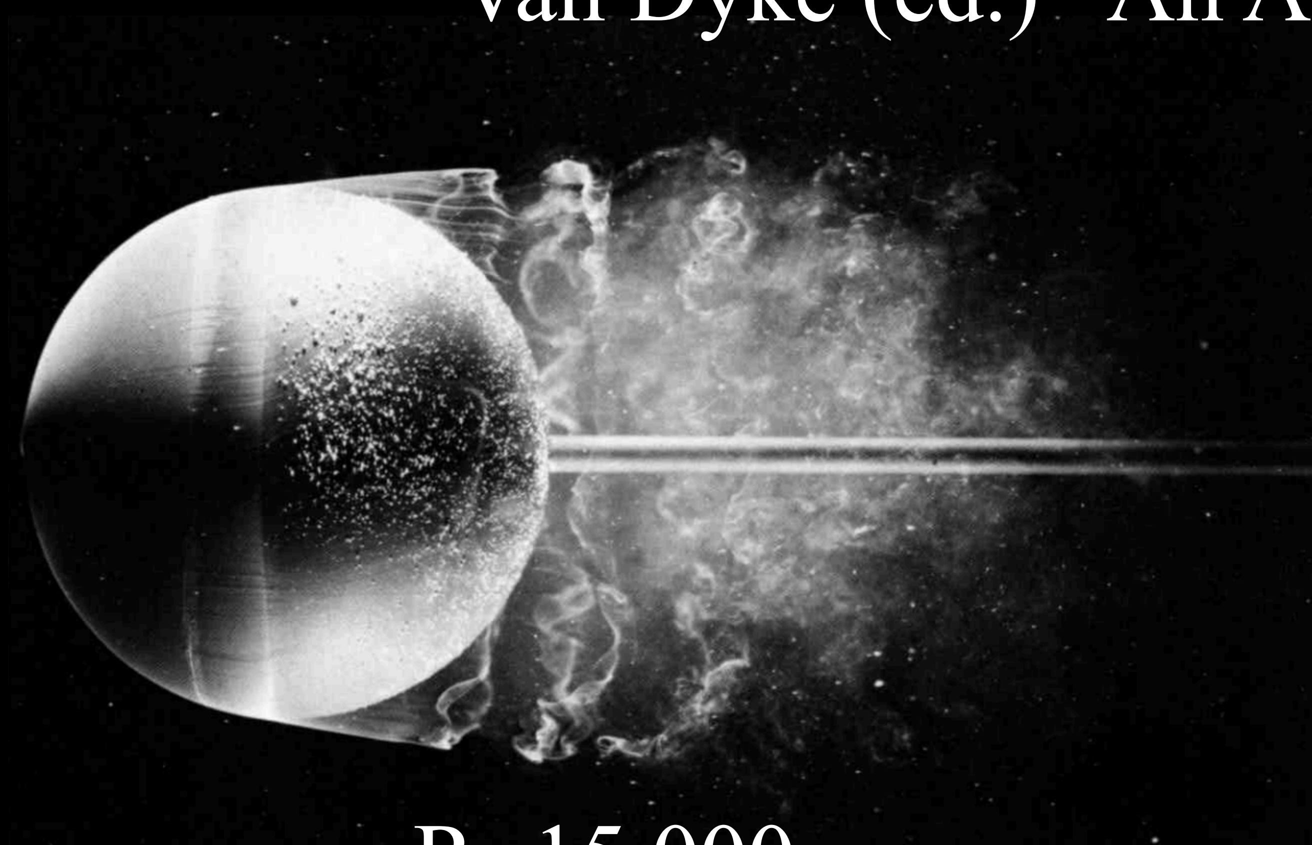
2019年8月21日、重イオンチュートリアル

流体力学とは何か?

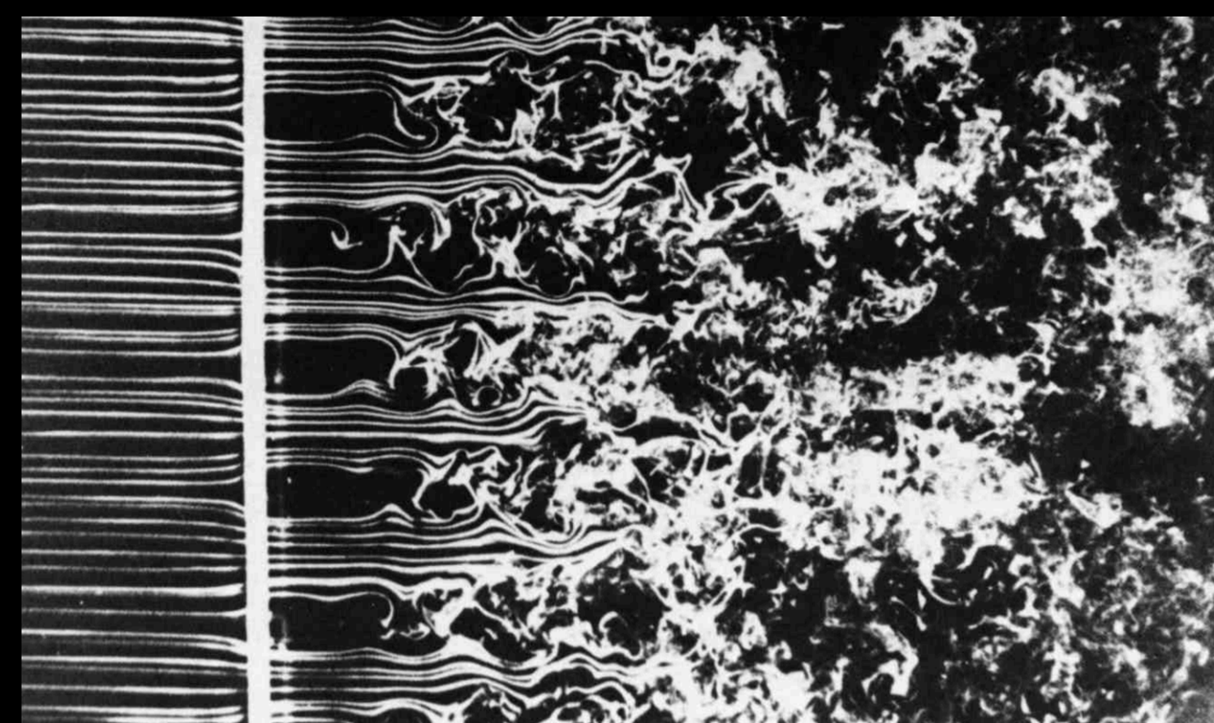
空気や水などの　＝　流体

運動を記述する理論　＝　力学

Van Dyke (ed.) “An Album of Fluid Motion”

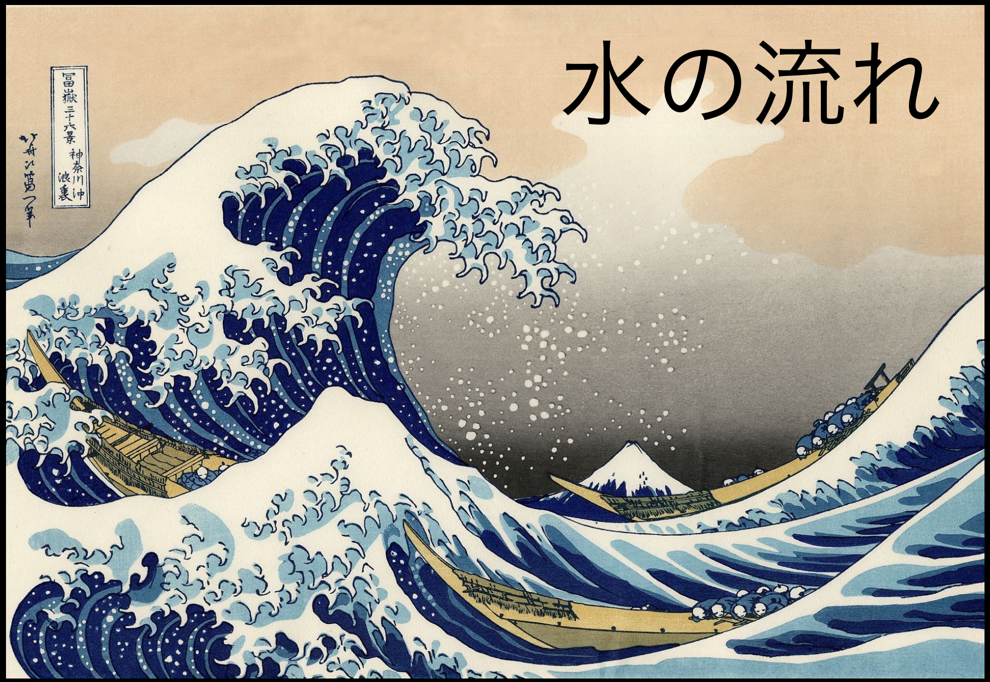


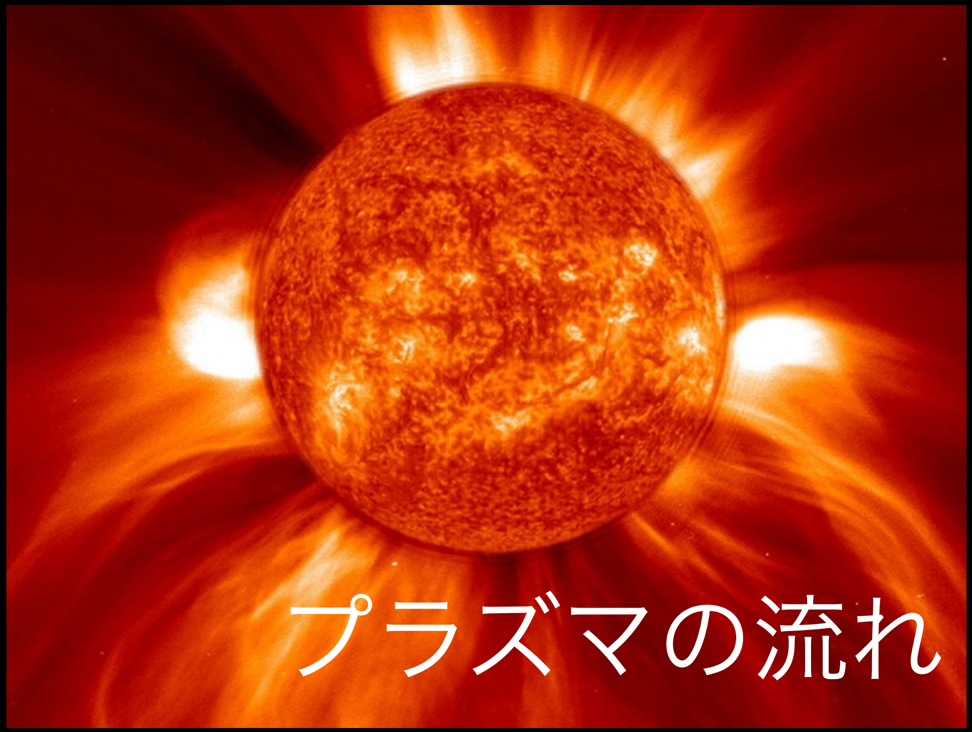
R=15,000



R=1,500

流体力学の扱ってきた対象

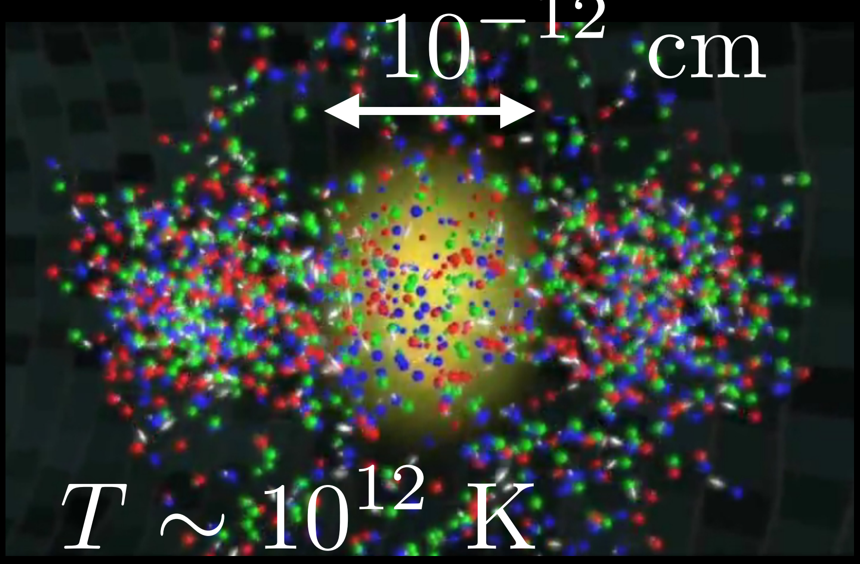




流体力学とは？

- 系の詳細によらない，ユニバーサルな記述を行う
- マクロなダイナミクスを記述する有効理論
- 保存量のみに注目 〜 系の対称性のみに注目

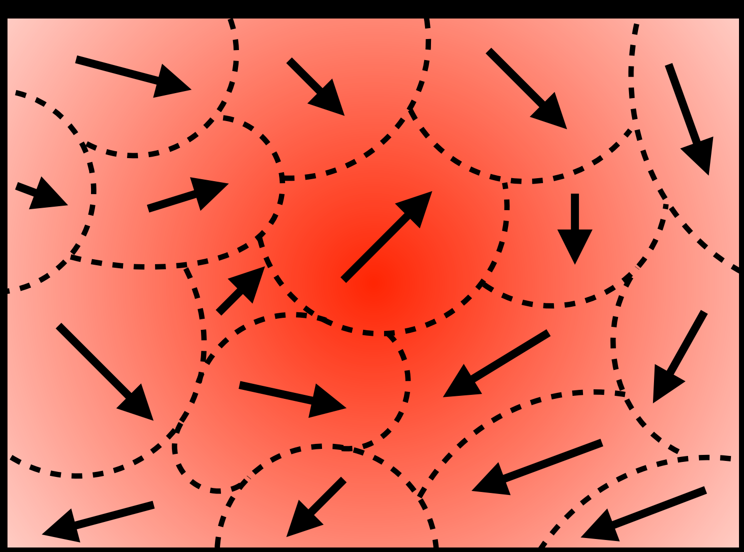
クォーク・グルーオン プラズマ



http://www.bnl.gov/rhic/news2/news.asp?a=1403&t=pr

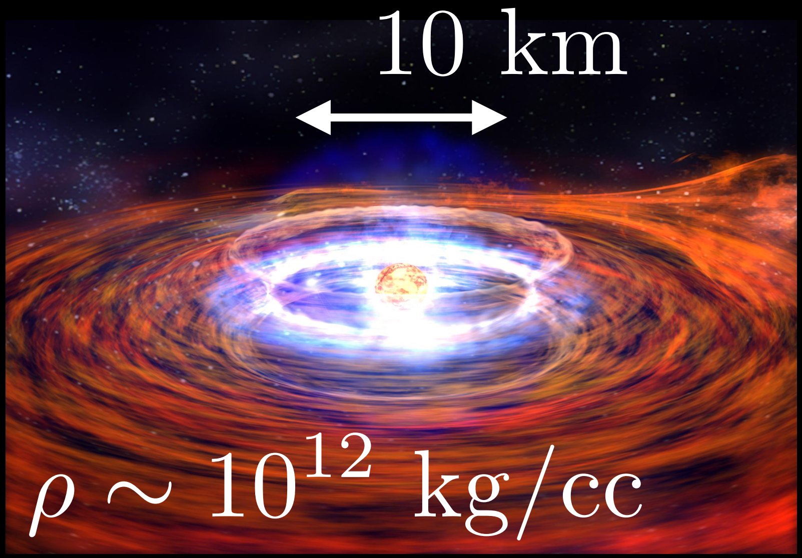
$\simeq$

流体力学 $\{\beta(x),\ \vec{v}(x)\}$



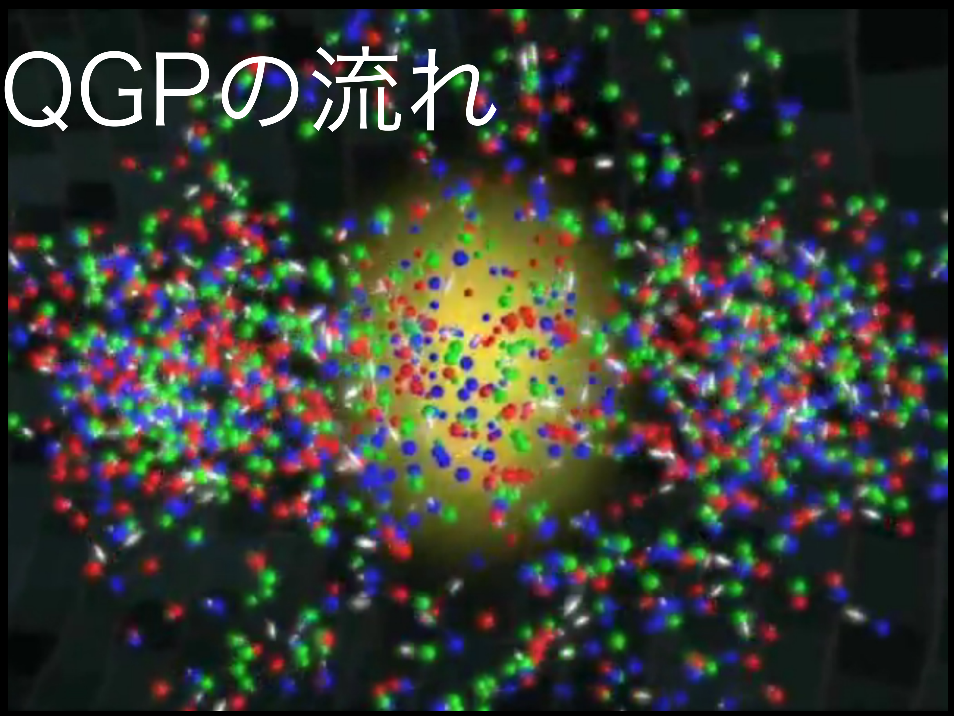
$\simeq$

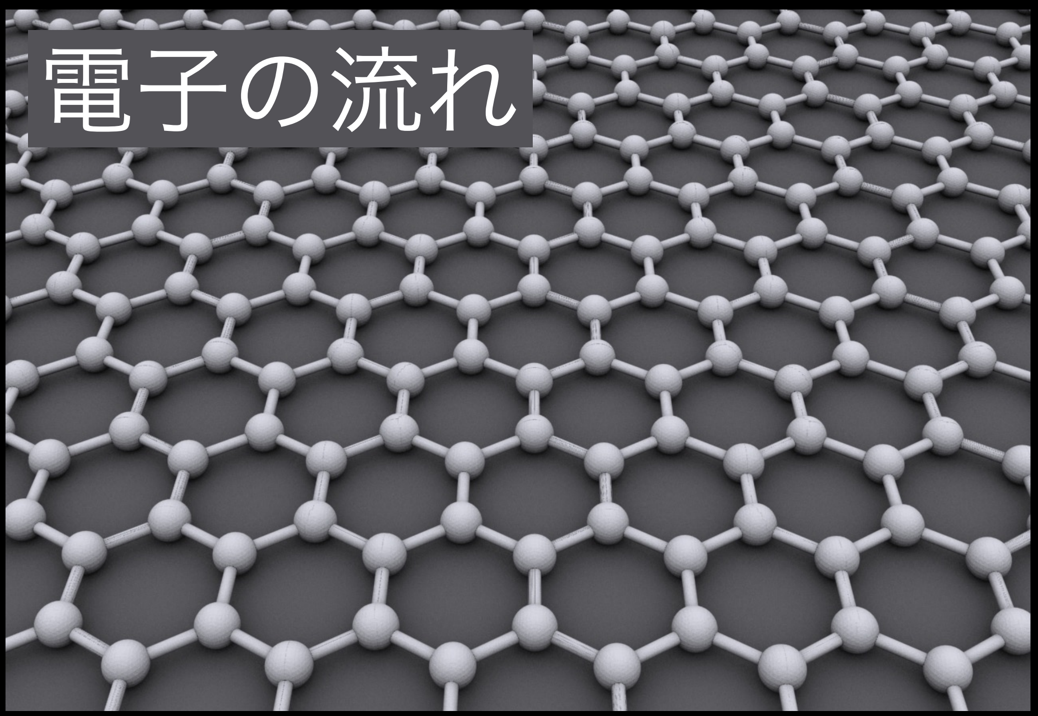
中性子星

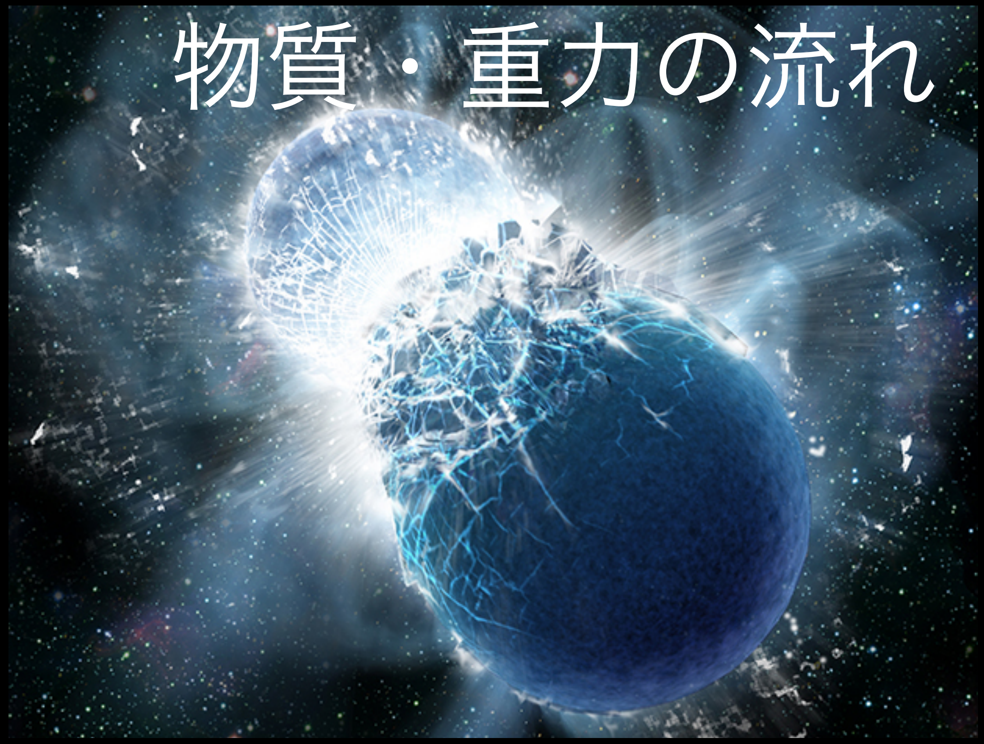


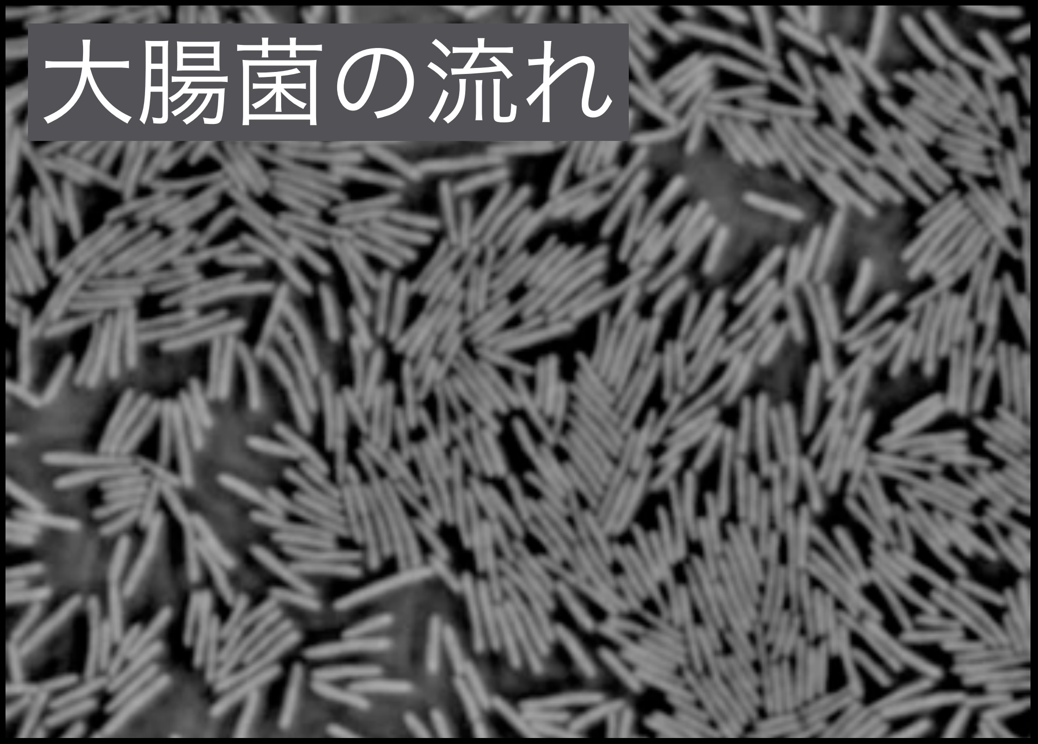
http://newsoffice.mjitugenn.edu/2012/model-bursting-star-0302

流体力学の扱う最近の対象

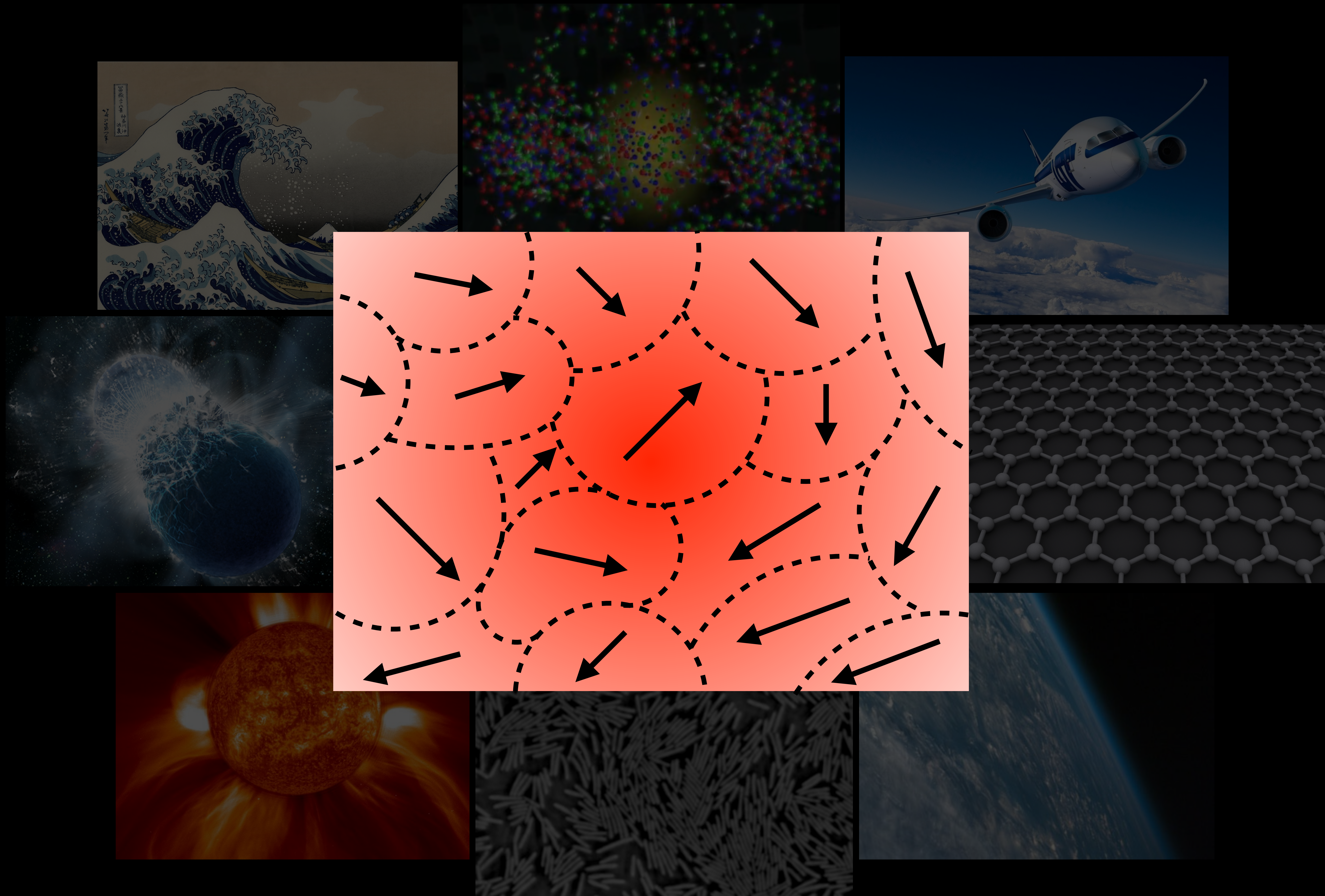




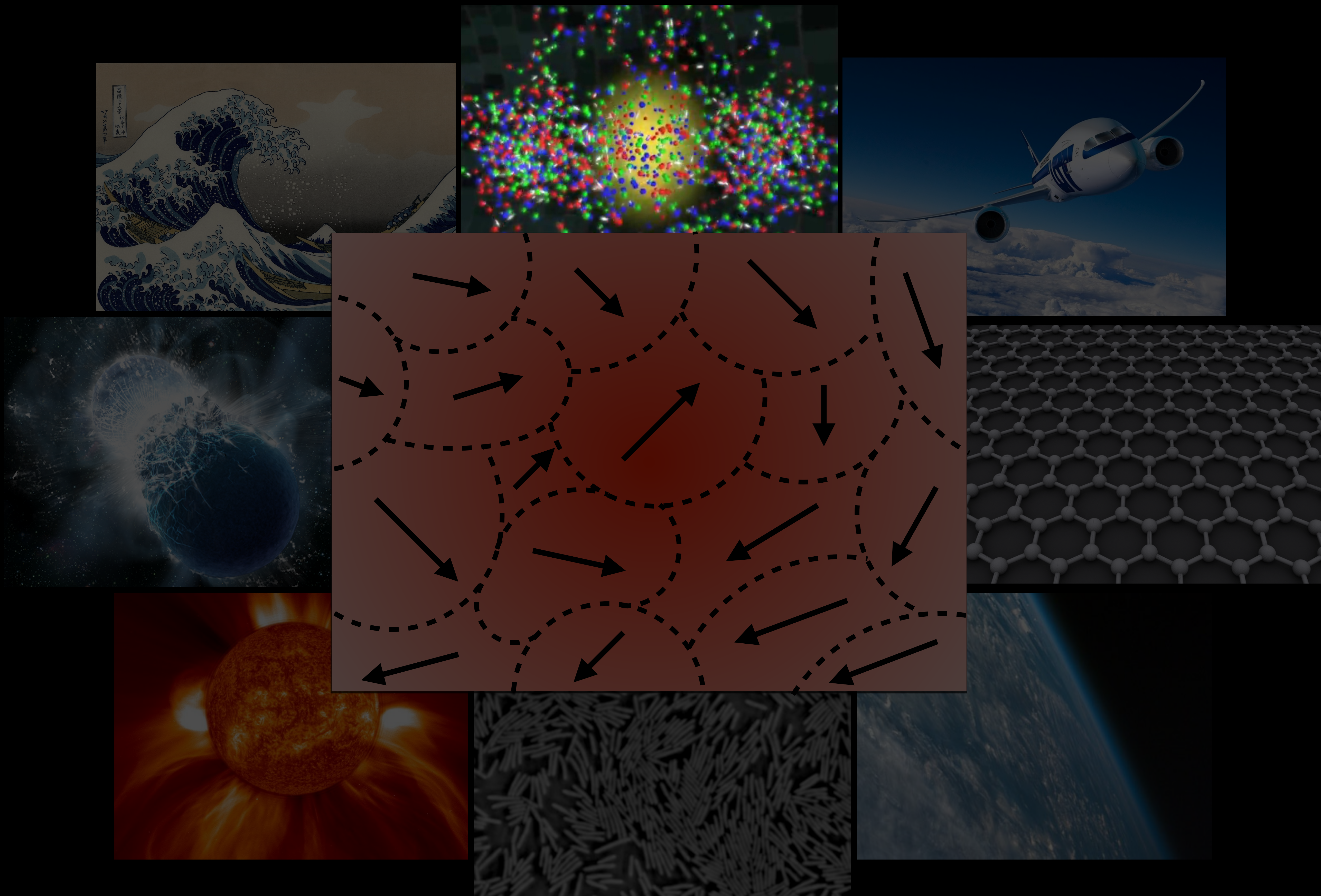




流体力学とは？



流体力学とは？



挙がっていた理論的疑問たち

トークの概要

- 流体力学の基礎
- ボルツマン方程式と流体力学の関係

(1) 流体力学の基礎

- QCD量子異常を取り入れた流体?
- 非等方流体とは何か

(2) 流体力学の発展

- 流体力学は小さい系に使えるか
- 流体化は調べられるか

(3) 流体力学の展望

(1) 流体力学の基礎

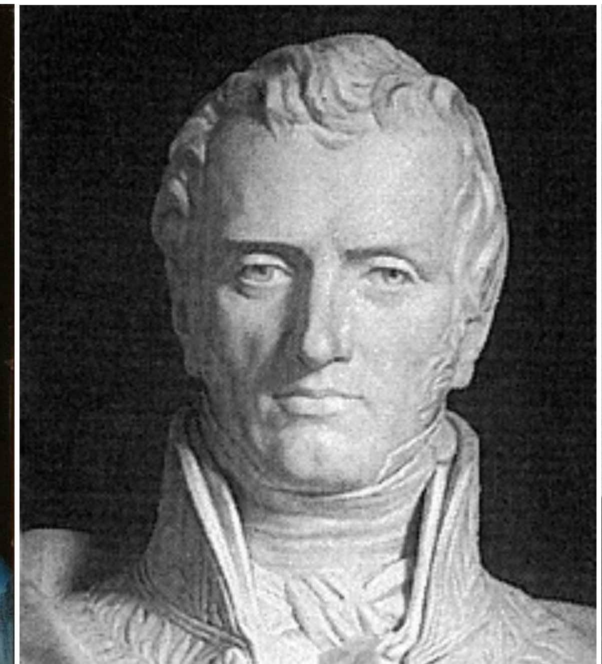
流体力学とは何か?

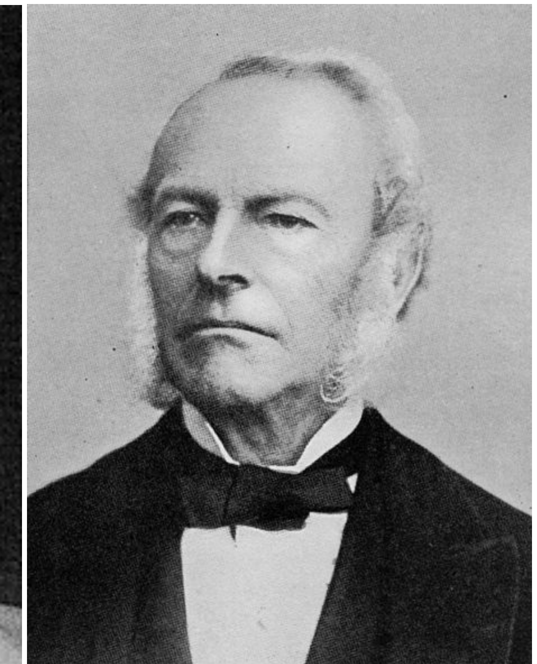
最古 but 最高水準の(現象論的な場の)理論


B. Pascal (1623-1662)


D. Bernoulli (1700-1782)


L. Euler (1707-1783)


C-L. Navier (1785-1836)


G. Stokes (1819-1903)

Pascal's law

Hydro*dynamics*

Euler equations
(Perfect fluid)

Navier-Stokes equations
(Viscous fluid)

1600 → 1700 → 1800 → 1900

ブラックボックスとしての流体力学

input

$$\begin{pmatrix} e(t_0,\boldsymbol{x}) \\ \pi_i(t_0,\boldsymbol{x}) \\ n_a(t_0,\boldsymbol{x}) \end{pmatrix} \rightarrow \textbf{流体力学} \rightarrow \begin{pmatrix} e(t,\boldsymbol{x}) \\ \pi_i(t,\boldsymbol{x}) \\ n_a(t,\boldsymbol{x}) \end{pmatrix}$$

output

保存量密度の初期条件

流体力学

(状態方程式, 輸送係数)

時刻tの保存量密度

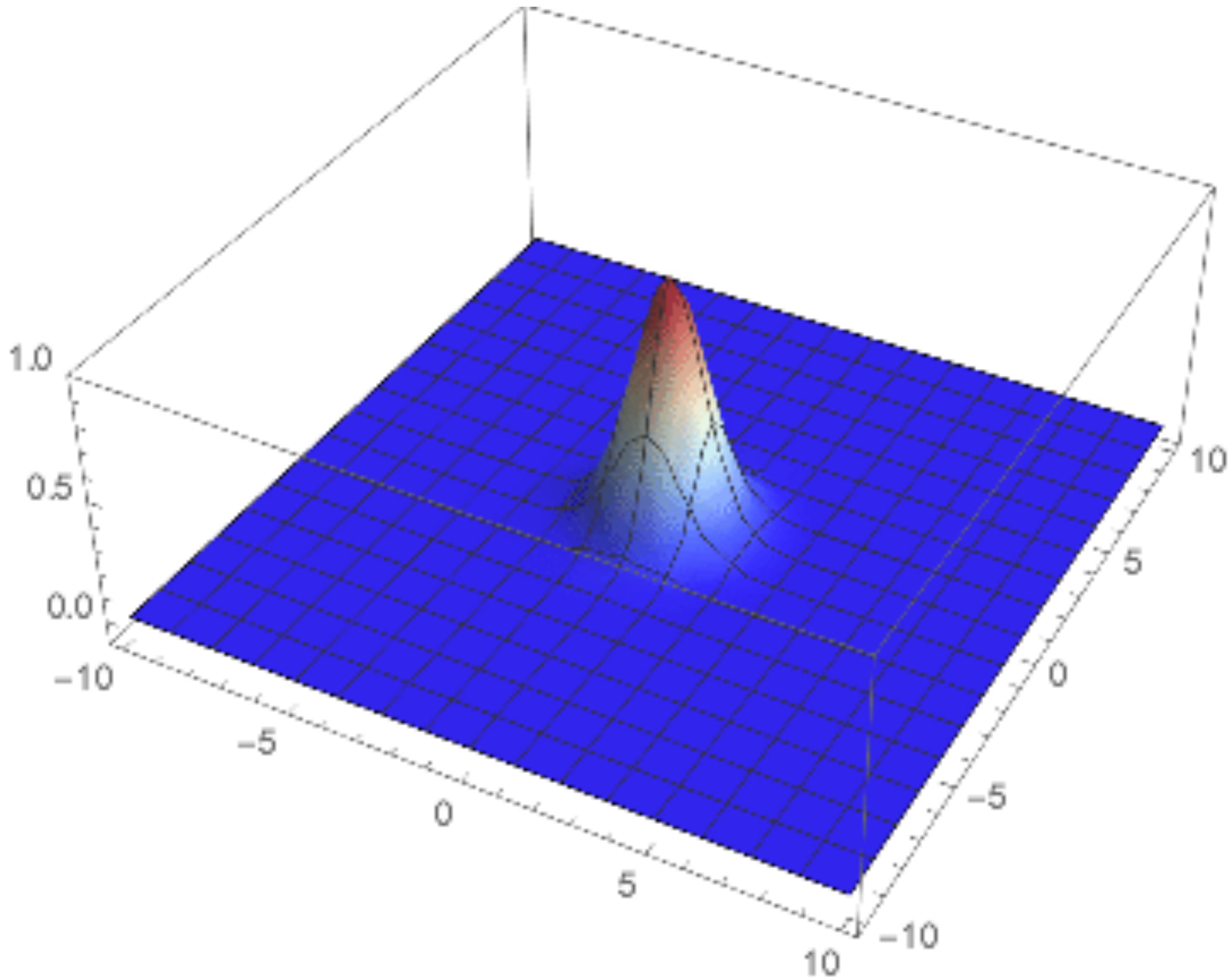
フォーマルな理論研究はこの中身を調べる

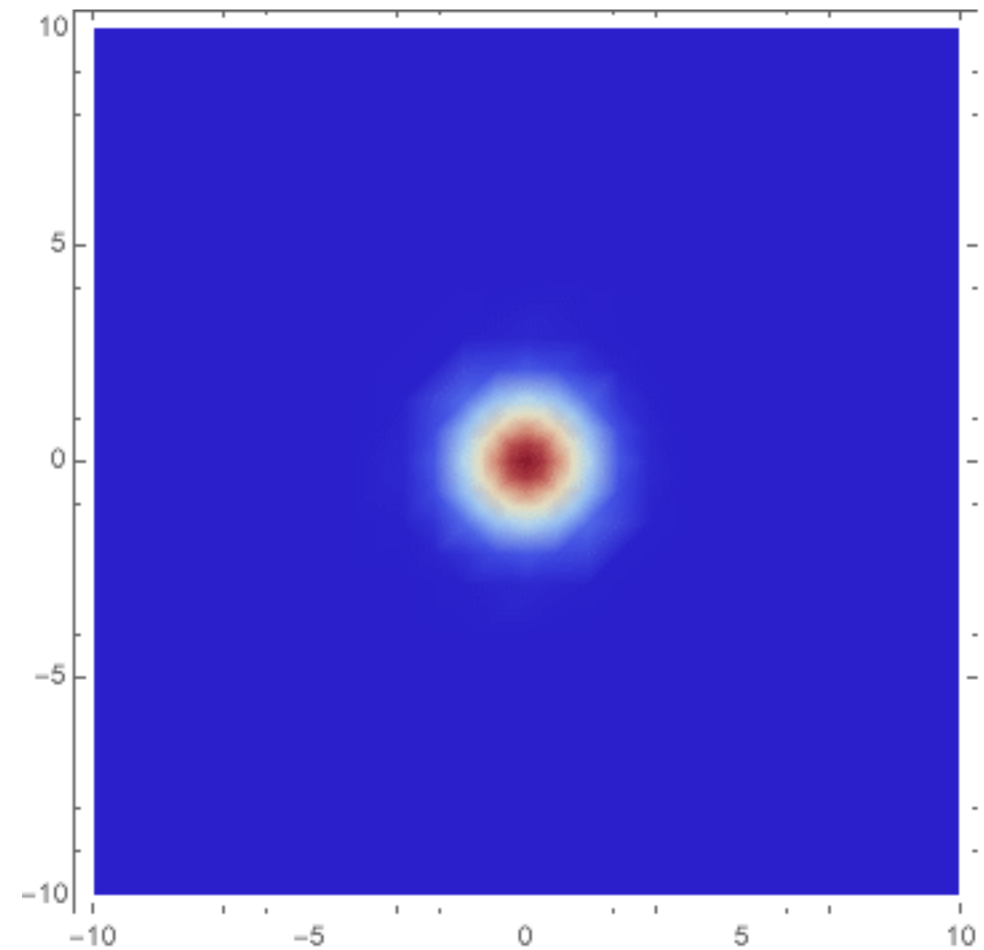
現象論な理論研究はこの枠組みを使う

◆ **基本的な目標**

- 状態方程式・輸送係数を既知として，保存量密度の時空発展を記述
- 保存量密度の時空発展を観測して，状態方程式・輸送係数を評価

拡散現象 上から見るか横から見るか





このような不可逆過程も記述するのが流体力学

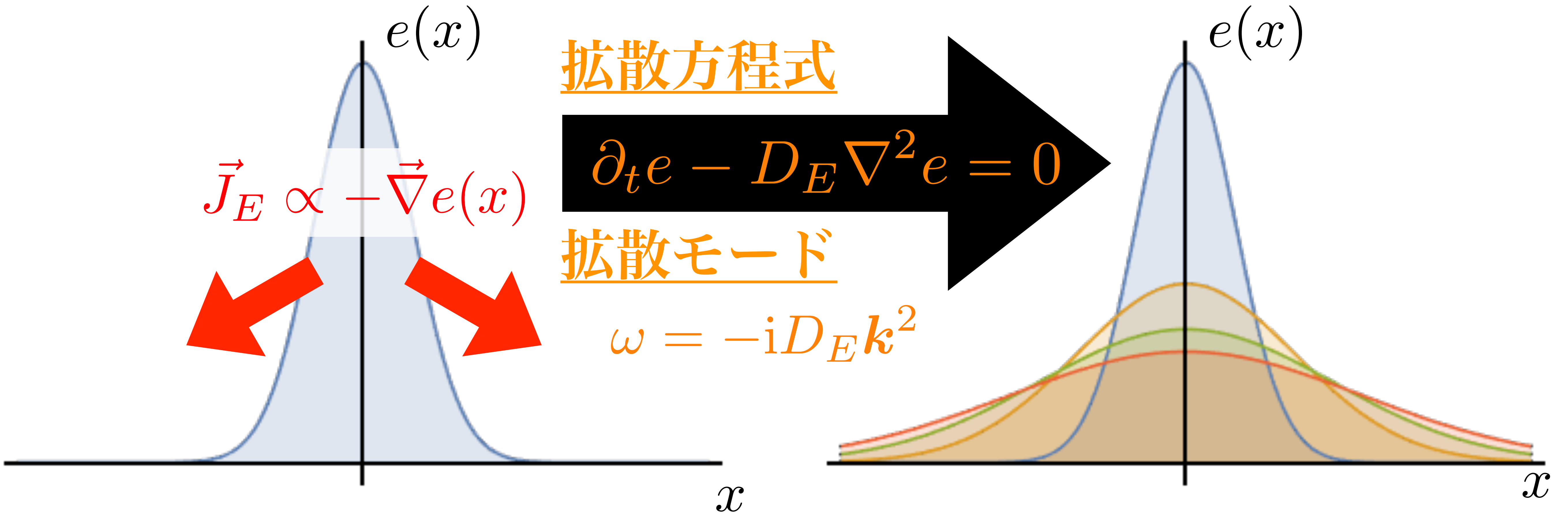
どう記述するか？：拡散方程式

◆ 流体力学の構成要素

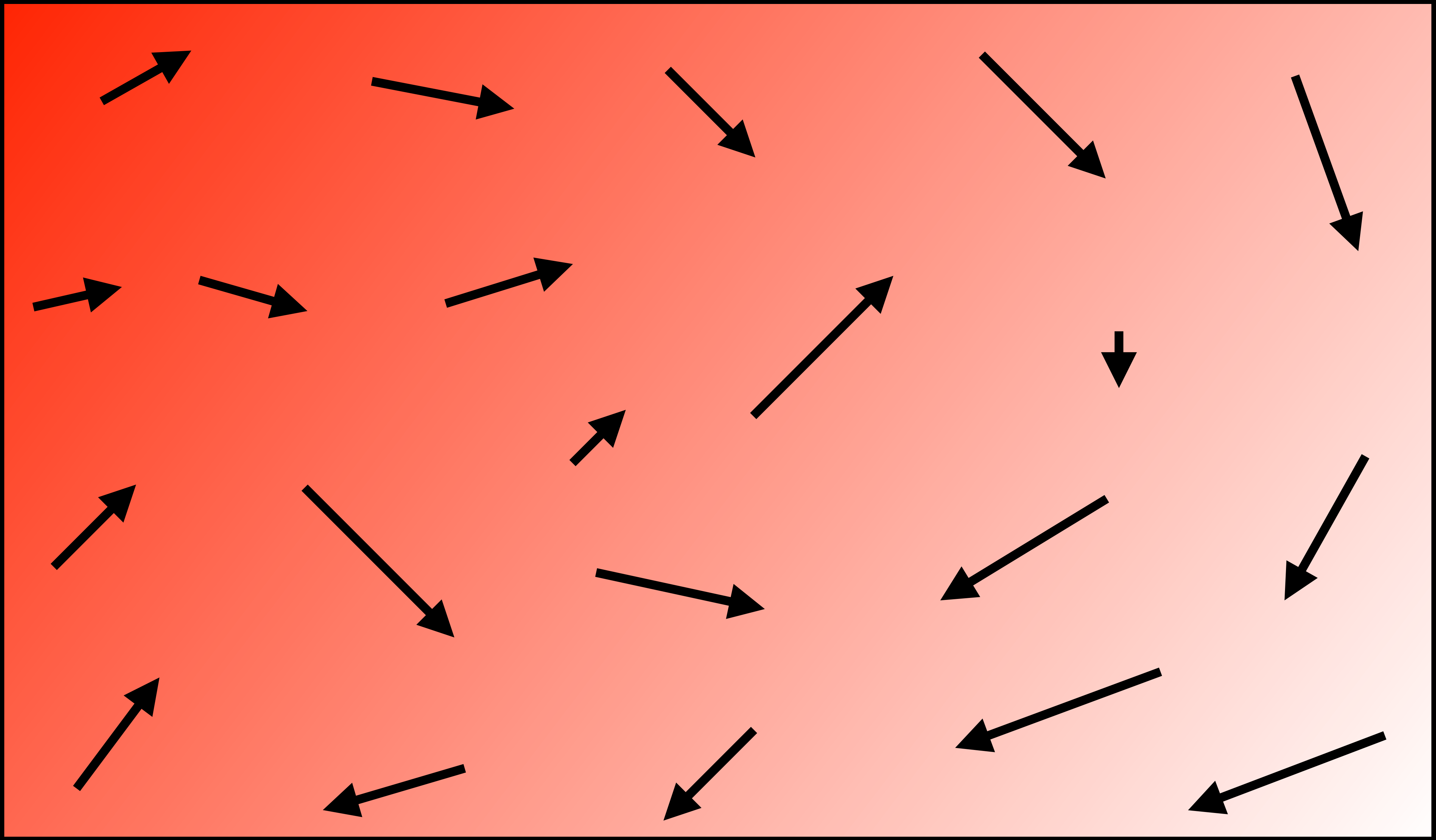
(1) 保存則: $\partial_t e + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_E = 0$

(2) 構成方程式: $\vec{J}_E = -D_E \vec{\nabla} e$

(3) 物性情報: 拡散係数 D_E の値は?



流体方程式とは？



流体方程式とは？

◆ 保存則

$$\nabla_\mu \langle \hat{T}^{\mu\nu}(x) \rangle = 0, \quad \nabla_\mu \langle \hat{J}^{\mu}(x) \rangle = 0$$

◆ 構成方程式

保存量に関するカレントが保存量の情報から決まる

$$\langle \hat{T}^{\mu\nu}(x) \rangle = T^{\mu\nu}[T^{0\nu}, J^0] = T^{\mu\nu}[\beta^\nu, \nu]$$

$$\langle \hat{J}^{\mu}(x) \rangle = J^{\mu}[T^{0\nu}, J^0] = J^{\mu}[\beta^\nu, \nu]$$

◆ 物性情報

状態方程式(静的性質)： $p = p[T^{0\nu}, J^0] = p[\beta^\nu, \nu]$

輸送係数(動的性質)： $L_i = L_i[T^{0\nu}, J^0] = L_i[\beta^\nu, \nu]$

流体力学の導出

ミクロ

マクロ

よく使われる方法

弱結合系にしか
正当化できない

Kinetic theory
ボルツマン方程式

局所熱平衡分布の
まわりで展開

ボルツマン方程式と流体力学

ボルツマン方程式の適用領域

- 弱結合が必要
- 強い非平衡OK

流体力学の適用領域

- 強結合OK
- 局所熱平衡近くが必要

どちらも一長一短がある!

×
光子気体

×
弱結合プラズマ

フェルミ液体

×
ユニタリフェルミ気体

×
QGP in 重イオン衝突

(散乱断面積の値)$^{-1}$ ~ 輸送係数の値

散乱断面積を「手で(=正当性なく)」とても大きく取れば
ボルツマン方程式を解いていても，流体的にふるまう

(2) 流体力学の理論的進展

流体力学の最近の**理論的進展**

- **場の理論に基づいた導出** [Hayata et al. (2015)]

- **有効場の理論としての定式化** [Crossley et al. 2017, …]

- **量子異常に起因した輸送現象** [Son-Surowka. (2009)]

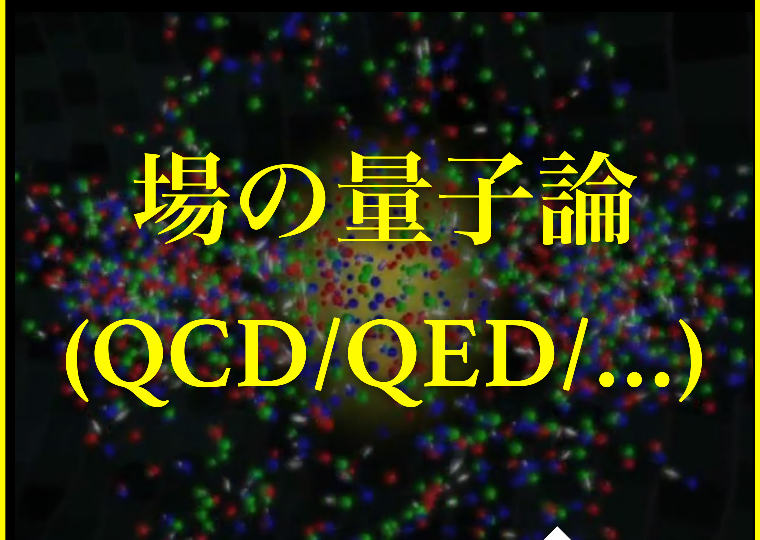
- スピン角運動量を含む流体 [Florkowski et al. (2018-), Hattori et al. (2019), …]

- リサージェンス的な構造？ [Heller-Spalinski, (2015,) …]

- 非等方流体? [Martinez-Strickland (2010), Florkowski-Ryblewski (2011)]

流体力学の導出

ミクロ



マクロ

よく使われる方法

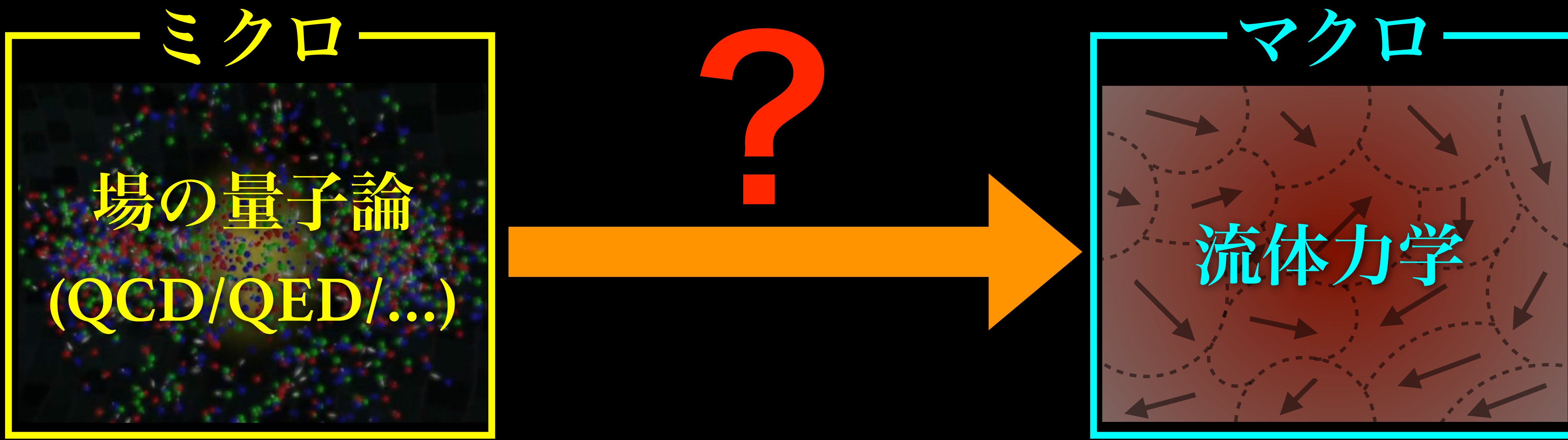
弱結合系にしか
正当化できない

Kinetic theory

ボルツマン方程式

局所熱平衡分布の
まわりで展開

流体力学の導出



流体力学の導出

Nakajima (1957), Mori (1958), McLennan (1960)
Zubarev et al. (1979), Becattini et al. (2015)
Hayata-Hidaka-MH-Noumi (2015), MH (2017)

ミクロ

局所熱平衡状態

+小さなズレ

強結合系にも

適用が可能

マクロ

特集／物理におけるミクロとマクロのつながり

場の量子論と流体力学のつながり

数理科学 2017年7月号
学部生(?)向けの解説

日 高　義 将・本 郷　優

1. 極微の世界のマクロな流れ？

我々の身近にある物質をミクロに見ていくとどうなるだろうか．連続的な表面を持っているように見える物質でも，ミクロに見ると原子や分子で

てハドロンと呼ばれる) を取るのは「低い」温度においてのみである．物質の温度をあげていくと順次，固体は液体に，液体は気体に相転移を引き起こしていくが，さらに温度を上げると数万度で電子と原子核のイオンがバラバラになったプラズマ状

若手奨励賞

原子核研究 次の号
プロ向けの解説

場の量子論に基づいた相対論的流体力学の基礎づけ

結果だけ: Navier-Stokes方程式

与 保存則

$$\nabla_\mu \langle \hat{T}^{\mu\nu}(x) \rangle = 0, \quad \nabla_\mu \langle \hat{J}^{\mu}(x) \rangle = 0$$

構成方程式 (1st order)

$$\langle \hat{T}^{\mu\nu}(x) \rangle = (e+p)u^\mu u^\nu + p g^{\mu\nu} - \frac{\zeta}{\beta} h^{\mu\nu} h^{\rho\sigma} \nabla_\rho \beta_\sigma - 2\frac{\eta}{\beta} \nabla^{\langle\mu} \beta^{\nu\rangle}$$

$$\langle \hat{J}^{\mu}(x) \rangle = n u^\mu - \frac{\kappa}{\beta} h^{\mu\nu} \nabla_\nu \nu$$

物性情報

状態方程式(静的性質)： $\Psi[\lambda] = \log \int \mathcal{D}\varphi_i e^{S_E[\varphi_i;\tilde{g}]} = \int d^3\bar{x} \sqrt{\gamma'} \beta p(\beta, \mu)$

輸送係数(動的性質)： $\zeta = \beta(x) \int_{-\infty}^{\bar{t}} d^4x' \int_0^1 d\tau \langle e^{\hat{K}\tau} \tilde{\delta}\hat{p}(x') e^{-\hat{K}\tau} \tilde{\delta}\hat{p}(x) \rangle_{\bar{t}}^{\mathrm{LG}}$ etc.

流体力学の最近の理論的進展

- 場の理論に基づいた導出 [Hayata et al. (2015)]
- 有効場の理論としての定式化 [Crossley et al. 2017, …]
- 量子異常に起因した輸送現象 [Son-Surowka. (2009)]
- スピン角運動量を含む流体 [Florkowski et al. (2018-), Hattori et al. (2019), …]
- リサージェンス的な構造？ [Heller-Spalinski, (2015,) …]
- 非等方流体? [Martinez-Strickland (2010), Florkowski-Ryblewski (2011)]

「非線形な」流体力学

◆ 非相対論的Navier-Stokes方程式 ＝ 非線形！

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{\nabla}\right)\boldsymbol{v}=-\frac{1}{\rho}\boldsymbol{\nabla}p+\frac{\eta}{\rho}\Delta\boldsymbol{v}+\left(\frac{\zeta}{\rho}+\frac{1}{3}\frac{\eta}{\rho}\right)\boldsymbol{\nabla}(\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{v})+\boldsymbol{K}$$

(1) 通常の流体力学

- 運動方程式 ＝ 非線形な決定論的偏微分方程式
- 保存量密度の平均値のみのダイナミクスを記述

場の理論で言うと

古典Yang-Mills理論の運動方程式は非線形！

(2) 揺らぐ流体力学

- 運動方程式 ＝ 非線形な確率論的偏微分方程式
- 保存量密度のn点関数のダイナミクスを記述

(非線形な流体揺らぎ)

Yang-Mills理論の非線形相互作用項から生じる量子揺らぎを考慮！

流体力学の有効ラグランジアン

$$\mathcal{L}_{\mathrm{Hydro}}$$

流体揺らぎも含むダイナミクスを記述

[cf. QCDのカイラルラグランジアン $\mathcal{L}_{\chi\mathrm{PT}}$]

流体力学の有効ラグランジアン

◆ A場に関するNext-Leading-orderの展開

$$\tilde{I}^{(1)} = \int d^dx \left[\hat{T}^{\mu\nu}_{\rm hydro}\partial_\mu X_{a\nu} + \hat{J}^{\mu}_{\rm hydro}\partial_\mu \varphi_a\right],$$

$$\hat{T}^{\mu\nu}_{\rm hydro} = (\epsilon_0 + h_\epsilon)u^\mu u^\nu + (p_0 + h_p)\Delta^{\mu\nu} + 2u^{(\mu}q^{\nu)} - \eta\sigma^{\mu\nu}, \quad \hat{J}^{\mu}_{\rm hydro} = (n_0 + h_n)u^\mu + j^\mu,$$

$$\begin{aligned}\tilde{I}^{(2)}_0 =& 2i\int d^dx\, T(x)\Big[\eta(\partial_{<\mu}X_{a\nu>})(\partial_{<\rho}X_{a\sigma>})\eta^{\mu\rho}\eta^{\nu\sigma} \\ &+\frac{\lambda_1}{2}\Delta^{\mu\rho}(2u^\nu\partial_{(\mu}X_{a\nu)})(2u^\sigma\partial_{(\rho}X_{a\sigma)}) \\ &+\frac{\lambda_2}{2}\Delta^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi_a\partial_\nu\varphi_a - \lambda_{12}\Delta^{\mu\rho}(2u^\nu\partial_{(\mu}X_{a\nu)})\partial_\rho\varphi_a \\ &+\frac{f_{11}}{2}(u^\mu\partial X_{a\mu})^2 + \frac{f_{22}}{2}(\Delta^{\mu\nu}\partial_\mu X_{a\nu})^2 + \frac{f_{33}}{2}(\partial\varphi_a)^2 \\ &- f_{12}\Delta^{\mu\nu}\partial_\mu X_{a\nu}u^\rho\partial X_{a\rho} - f_{23}(\partial\varphi_a)\Delta^{\mu\nu}\partial_\mu X_{a\nu} - f_{13}u^\mu\partial X_{a\mu}(\partial\varphi_a)\Big]\end{aligned}$$

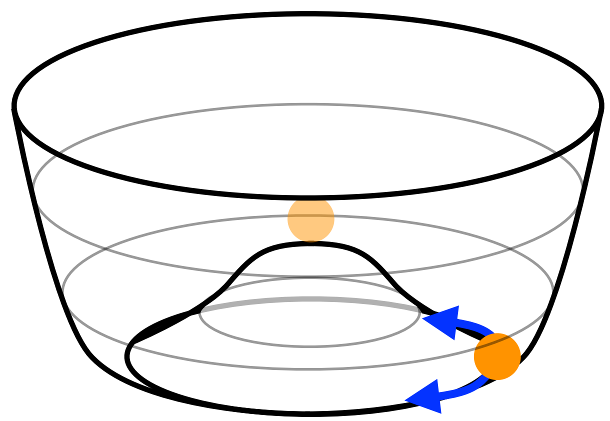
流体力学の最近の理論的進展

- 場の理論に基づいた導出 [Hayata et al. (2015)]
- 有効場の理論としての定式化 [Crossley et al. 2017, …]
- 量子異常に起因した輸送現象 [Son-Surowka. (2009)]
- スピン角運動量を含む流体 [Florkowski et al. (2018-), Hattori et al. (2019), …]
- リサージェンス的な構造？ [Heller-Spalinski, (2015,) …]
- 非等方流体? [Martinez-Strickland (2010), Florkowski-Ryblewski (2011)]

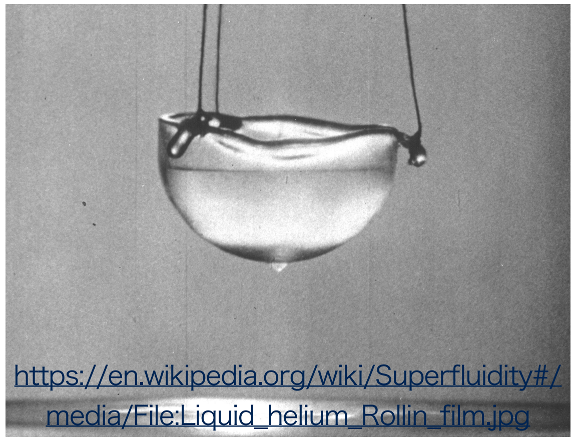
対称性の破れと流体力学

◆ 自発的な対称性の破れ

ミクロな現れ：真空の選択

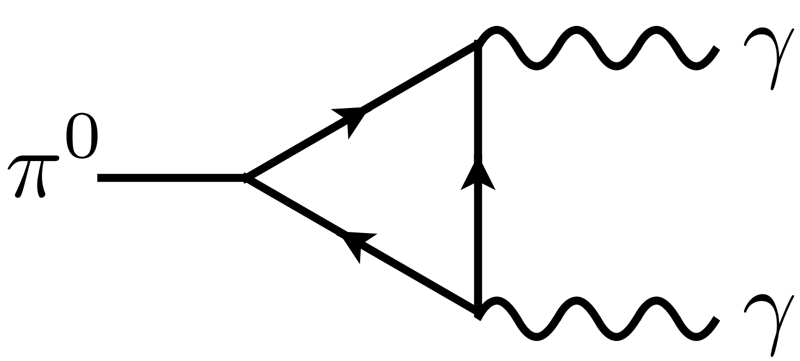


マクロな現れ：超流動



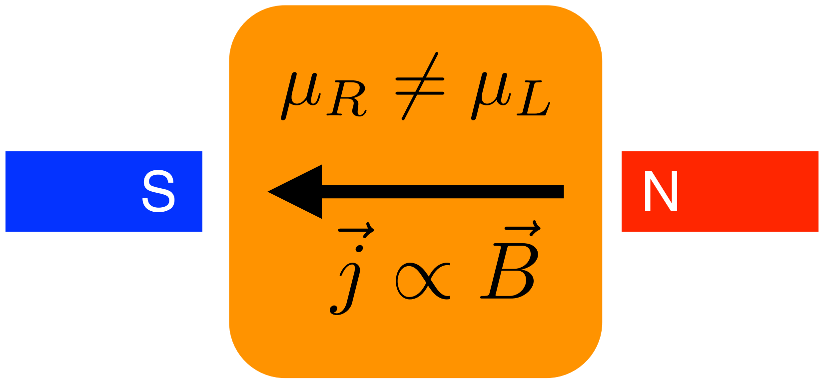
◆ 量子異常による対称性の破れ

ミクロな現れ：π⁰崩壊



[Adller 1969, Bell-Jackiw 1969]

マクロな現れ：カイラル異常輸送



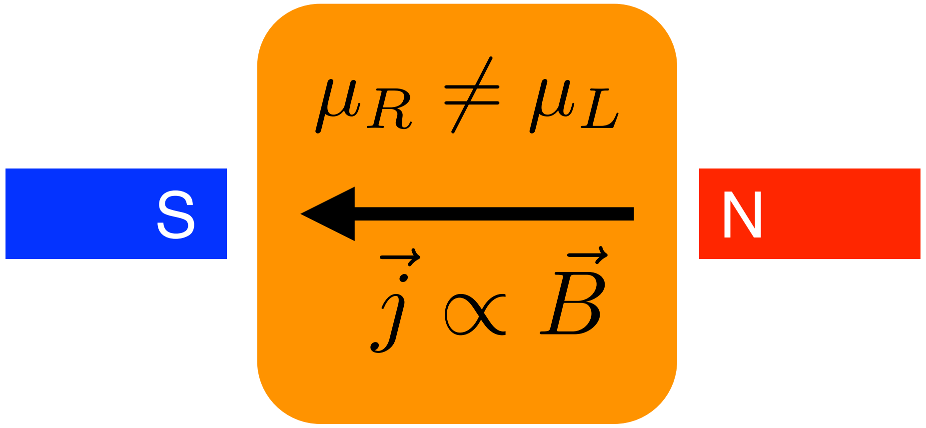
[Erdmenger et al. 2008, Son-Surowka 2009]

カイラル輸送現象

◆ カイラル磁気効果 (CME)

[Fukushima et al.2008, Vilenkin 1980]

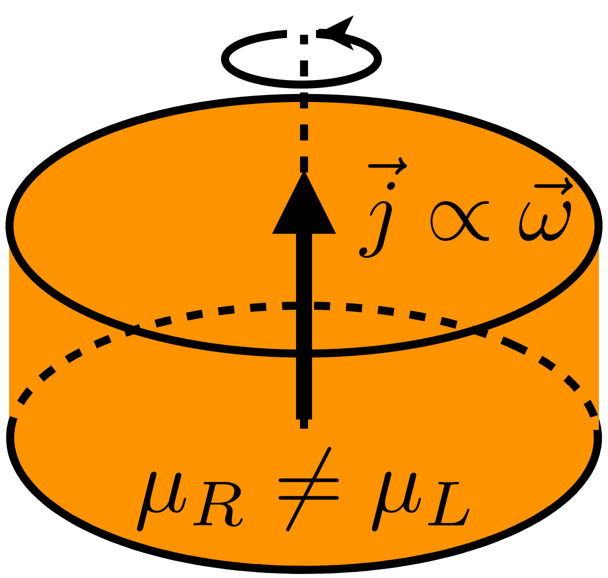
$$\vec{j} = \frac{e\mu_5}{2\pi^2}\vec{B}$$



◆ カイラル渦効果 (CVE)

[Erdmenger et al. 2008, Son-Surowka 2009]

$$\vec{j} = \frac{\mu\mu_5}{2\pi^2}\vec{\omega}$$



カイラル輸送現象の流体的導出

- AdS/CFT対応 (とくに流体/重力対応) [Erdmenger et al. 2008]
- 不可逆過程の熱力学を用いた現象論的導出 [Son-Surowka 2009]
- 線形応答理論に基づいた摂動計算 [Landsteiner et al, 2011]
- カイラル運動論とBerry位相 [Son-Yamamoto, 2012, Stephanov-Yin, 2012, …]
- カレント代数と異常交換関係 [Hongo-Sogabe-Yamamoto, 2019?]
- 有限温度の場の理論とanomaly matching

[Jensen et al, 2012, Banerjee et al, 2012, (See Hongo-Hidaka, 2019 for a review)]

カイラル輸送現象の流体的導出

- AdS/CFT対応 (とくに流体/重力対応) [Erdmenger et al. 2008]

- 不可逆過程の熱力学を用いた現象論的導出 [Son-Surowka 2009]

- 線形応答理論に基づいた摂動計算 [Landsteiner et al, 2011]

- カイラル運動論とBerry位相 [Son-Yamamoto, 2012, Stephanov-Yin, 2012, …]

- カレント代数と異常交換関係 [Hongo-Sogabe-Yamamoto, 2019?]

- 有限温度の場の理論とanomaly matching

[Jensen et al, 2012, Banerjee et al, 2012, (See Hongo-Hidaka, 2019 for a review)]

[解説記事. 数理科学 2020年1月号 (予定) 本郷「輸送現象における量子異常のあらわれ」]

カイラル輸送現象の流体的導出

- AdS/CFT対応 (とくに流体/重力対応) [Erdmenger et al. 2008]
- 不可逆過程の熱力学を用いた現象論的導出 [Son-Surowka 2009]
- 線形応答理論に基づいた摂動計算 [Landsteiner et al, 2011]
- カイラル運動論とBerry位相 [Son-Yamamoto, 2012, Stephanov-Yin, 2012, …]
- カレント代数と異常交換関係 [Hongo-Sogabe-Yamamoto, 2019?]
- 有限温度の場の理論とanomaly matching

[Jensen et al, 2012, Banerjee et al, 2012, (See Hongo-Hidaka, 2019 for a review)]

[解説記事. 数理科学 2020年1月号 (予定) 本郷「輸送現象における量子異常のあらわれ」]

カレント代数に基づいた導出

- $U(1)_V \times U(1)_A$ **の場合**

有効ハミルトニアン： $H_{\text{eff}} = \int d^3x \left[\frac{1}{2\chi} n^2 + \frac{1}{2\chi_5} n_5^2 \right]$

運動方程式： $\partial_t n(x) = [iH_{\text{eff}}, n(x)] + \cdots$

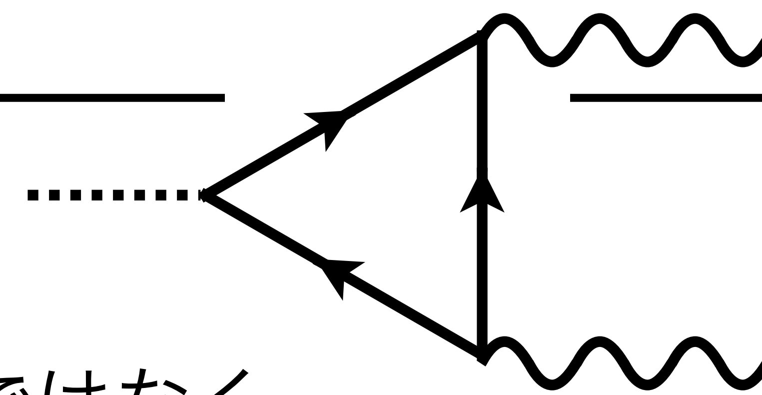
$$= \int d^3y \frac{i}{\chi_5} n_5(y)[n_5(y), n(x)] + \cdots$$

量子異常と異常交換関係

◆ 外部電磁場中のカレント代数 for $U(1)_V \times U(1)_A$

$$\left[\hat{J}^0(t,\boldsymbol{x}), \hat{J}^0(t,\boldsymbol{y})\right] = \left[\hat{J}^0_5(t,\boldsymbol{x}), \hat{J}^0_5(t,\boldsymbol{y})\right] = 0$$

$$\left[\hat{J}^0_5(t,\boldsymbol{x}), \hat{J}^0(t,\boldsymbol{y})\right] = -\frac{i}{2\pi^2} B^i(t,\boldsymbol{y}) \partial_i^x \delta(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y})$$



証明(のノリ)

Ward-Takahashi恒等式は $\langle \partial_\mu J_5^\mu(x) \rangle_A = 0$ ではなく

$$\langle \partial_\mu J_5^\mu(x) \rangle_A = C\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu}(x) F_{\rho\sigma}(x) \sim CdAdA$$

両辺の A_0 による変分は $\partial_\mu \langle J_5^\mu(x) J^0(y) \rangle_A \sim CddA \sim CdB$

相関関数は演算子形式のT積を与えるので，上式を与える $\square$

カレント代数に基づいた導出

◆ $U(1)_V \times U(1)_A$ の場合

有効ハミルトニアン： $H_{\text{eff}} = \int d^3x \left[\frac{1}{2\chi} n^2 + \frac{1}{2\chi_5} n_5^2 \right]$

運動方程式： $\partial_t n(x) = [iH_{\text{eff}}, n(x)] + \cdots$

$$= \int d^3y \frac{i}{\chi_5} n_5(y) [n_5(y), n(x)] + \cdots$$

異常交換関係： $[n_5(t,y), n(t,x)] = -iCB^i(t,x)\partial_i^y \delta(y-x)$

$$= -\partial_i \left[C \frac{n_5}{\chi_5} B^i(x) \right] + \cdots$$

◆ カイラル磁気効果(CME)

$$\partial_t n + \partial_i J^i = 0 \quad \text{with} \quad J^i = C\frac{n_5}{\chi_5} B^i = C\mu_5 B^i$$

カレント代数と統計力学・凝縮系物理

◆ 森の射影演算子法とカレント代数

$$\partial_0 \hat{A}_n(t) = i\Omega_n{}^m \hat{A}_m(t) - \int_0^t ds \Phi_n{}^m(t-s)\hat{A}_m(s,\boldsymbol{y}) + \hat{R}_n(t)$$

可逆項　散逸項　ノイズ項

$$\begin{cases} i\Omega_n{}^m = -\dfrac{i}{\beta}\langle[\hat{A}_n(0), \hat{A}^m(0)]\rangle + i\mu\big([\hat{N}, \hat{A}_n(0)], \hat{A}^m(0)\big) \\ \text{揺動散逸定理：} \Phi_n^m(t-s) = \big(\hat{R}_n(t-s), \hat{R}^m(0)\big) \end{cases}$$

◆ 朝永-Luttinger液体と異常交換関係

異常交換関係：$[n_5(t,y), n(t,x)] = -iCB^i(t,x)\partial_i^y \delta(y-x)$

(1+1)-d フェルミオン系 (ボソン化可能)

$[n_R(x), n_R(x)] = -iC\partial_x \delta(x-y)$ $\Rightarrow$ 電荷密度波

カイラル輸送現象の流体的導出

- AdS/CFT対応 (とくに流体/重力対応) [Erdmenger et al. 2008]

- 不可逆過程の熱力学を用いた現象論的導出 [Son-Surowka 2009]

- 線形応答理論に基づいた摂動計算 [Landsteiner et al, 2011]

- カイラル運動論とBerry位相 [Son-Yamamoto, 2012, Stephanov-Yin, 2012, …]

- カレント代数と異常交換関係 [Hongo-Sogabe-Yamamoto, 2019?]

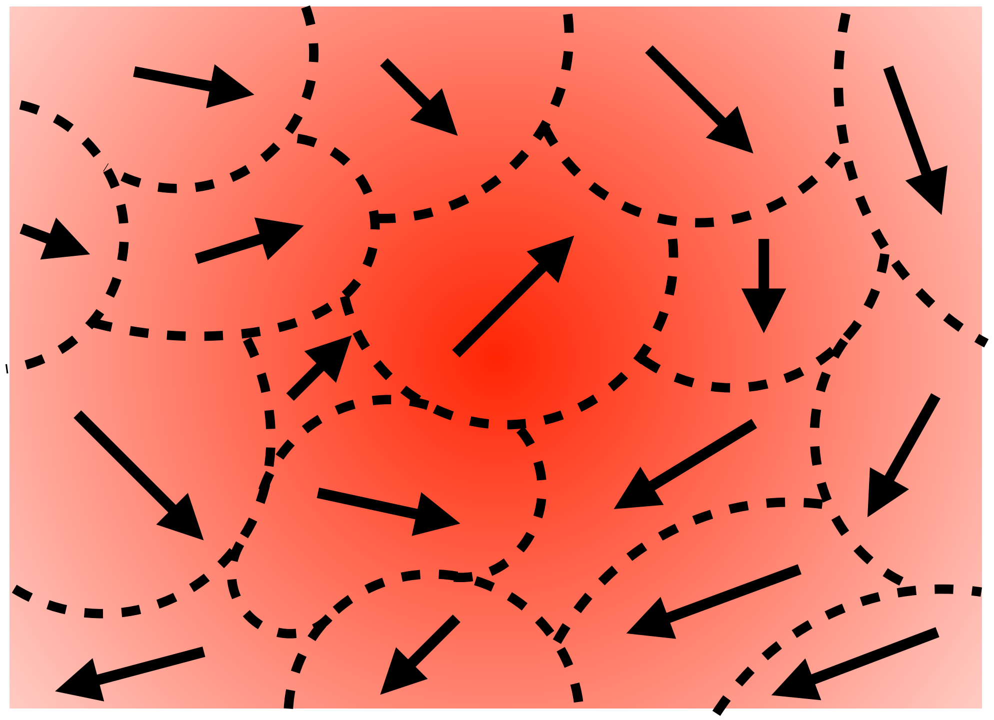
- 有限温度の場の理論とanomaly matching

[Jensen et al, 2012, Banerjee et al, 2012, (See Hongo-Hidaka, 2019 for a review)]

[解説記事. 数理科学 2020年1月号 (予定) 本郷「輸送現象における量子異常のあらわれ」]

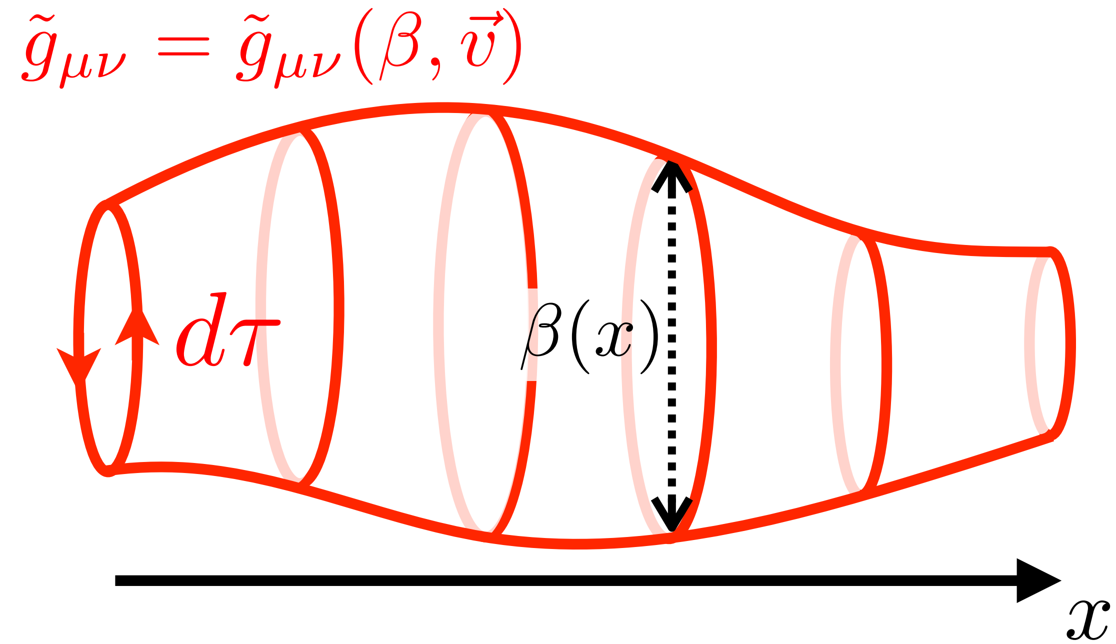
局所熱平衡系の場の理論的理解

局所熱平衡状態



$=$

「曲がった時空」中の場の理論



[See e.g. Hongo 2015, Hongo-Hidaka, 2019]

◆ 分配(汎)関数 for single Weyl fermion

$$\log Z_{\mathrm{ano}} = \frac{C\beta_0}{6}\int \tilde{A}_0\left(\tilde{A}'\mathrm{d}\tilde{A}' + \frac{1}{2}\tilde{A}_0\tilde{A}'\mathrm{d}a\right) - \frac{C_1}{\beta_0}\int \tilde{A}'\mathrm{d}a$$

カイラル量子異常
(CME/CSEとCVEの一部を出す)

グローバル量子異常
(CVEの一部を出す)

流体力学の最近の理論的進展

- 場の理論に基づいた導出 [Hayata et al. (2015)]
- 有効場の理論としての定式化 [Crossley et al. 2017, …]
- 量子異常に起因した輸送現象 [Son-Surowka. (2009)]
- スピン角運動量を含む流体 [Florkowski et al. (2018-), Hattori et al. (2019), …]
- リサージェンス的な構造？ [Heller-Spalinski, (2015,) …]
- 非等方流体? [Martinez-Strickland (2010), Florkowski-Ryblewski (2011)]

流体力学とは？

- 自由度:
  - **保存電荷密度** 粒子数、エネルギー、運動量など

$$\{n, e, \boldsymbol{v} \cdots\}$$

  - 南部・ゴールドストーンモード
  - “流体力学変数”

- 時間発展は保存則によって与えられる

$$\partial_t n + \nabla \cdot \boldsymbol{j} = 0$$

[広野さんのスライドより]

保存電荷密度・NG modeが低エネルギーで重要になる理由

- 線形揺らぎの分散関係
  - 保存電荷の拡散　$\omega = -iDk^2$
  - 音波　$\omega = \pm c_s k$
  - NG mode　$\omega = vk$

[広野さんのスライドより]

保存電荷密度・NG modeが低エネルギーで重要になる理由

保存しない自由度やNGモード以外のgappedな自由度を流体に入れる??

- **QCDの量子異常 [anomalyのため非保存]**
- **スピン角運動量を含む流体 [Spin-orbitのため非保存]**
- リサージェンス的な構造？[2次流体のためのgapped]
- 非等方流体? [定式化がそもそも謎…]

[広野さんのスライドより]

非保存量入り流体への警鐘

PHYSICAL REVIEW A VOLUME 6, NUMBER 6 DECEMBER 1972

Unified Hydrodynamic Theory for Crystals, Liquid Crystals, and Normal Fluids*

P. C. Martin†
Lyman Laboratory of Physics, Harvard University, Cambridge, Massachusetts 02138
and Laboratoire de Physique des Solides, Faculté des Sciences, 91–*Orsay, France*†
and Service de Physique Théorique, C.E.A. Saclay, Orme des Merisiers,
91–*Gif-sur-Yvette, France*

and

O. Parodi
Laboratoire de Physique des Solides, Faculté des Sciences, 91–*Orsay, France*‡

and

P. S. Pershan§
Division of Engineering and Applied Physics, Harvard University, Cambridge, Massachusetts 02138
and Laboratoire de Physique des Solides, Faculté des Sciences, 91–*Orsay, France*‡

(Received 31 May 1972)

A unified hydrodynamic theory is presented that is appropriate for crystals; smectic, cholesteric, and nematic liquid crystals; glasses; and normal fluids. In the theory, the increased spatial degeneracy as the system progresses from crystalline and mesomorphic phases to the isotropic fluid phase is marked by successive reductions in the number of first-order elastic constants and in the number of transport coefficients. Distinction between local lattice dilations and local mass changes, and recognition of processes like vacancy diffusion that this difference makes possible, are crucial for understanding the connection between theories in different phases. Formulas are derived that give the number of hydrodynamic modes and the frequencies, lifetimes, and intensities of these modes in all of the above systems. In the nematic and cholesteric phases, the results agree with some found previously. In more complex systems, they are new. An attempt is made to explain the differences between the present hydrodynamic theory and other phenomenological proposals.

非保存量入り流体への警鐘

[17]In the hydrodynamic regime for nematics, the "extension" of H. W. Hwang, Phys. Rev. Letters 26, 1525 (1971), is equivalent to FLMPS. Outside of the hydrodynamic regime, the terms he keeps in addition are *ad hoc* and incomplete and there is no reason to think experiments would necessarily give the line shapes they predict *even if* the experiments could be performed. They are just the "irrelevant transport coefficients" which should be discarded as discussed in Ref. 11. Some readers may object to our use of the word irrelevant, since under certain circumstances nonhydrodynamic modes are slow and measurable, e.g., near phase transitions. We agree but point out in response that the same arguments apply in such cases to other variables that have been omitted (e.g., to the magnitude of the order parameter as well as its direction).

要約

流体じゃないモードについて，手で"輸送係数"を定義しても，実験的に見える理由はない！

勝手に取り入れたモード以外のgappedモードを考慮しないでよいという理論的な理由はない！！

非相対論極限などによる「ある理由」で対称性がenhanceする場合には，"輸送係数"意味を持つ.

[38]If for some reason the coupling between "spin" and orbital angular momentums vanishes, or can be neglected, a separate conservation for "spin" angular momentum will follow from the microscopic Hamiltonian. This is actually the case for a number of models employed to describe magnetic problems.

保存電荷密度・NG modeが
低エネルギーで重要になる理由

保存しない自由度やNGモード以外のgappedな自由度を流体に入れる??

- **QCDの量子異常 [anomalyのため非保存]**
- **スピン角運動量を含む流体 [Spin-orbitのため非保存]**
- リサージェンス的な構造？[2次流体のためのgapped]
- 非等方流体? [定式化がそもそも謎…]

[広野さんのスライドより]

QCD量子異常は考慮可能？

$U(1)_V \times U(1)_A$ に関するカイラル輸送は流体力学としては危険！

$$U(1)_V : \partial_\mu j_V^\mu = 0 \longrightarrow \mu_V$$

$$U(1)_A : \partial_\mu j_5^\mu = C g^2 \boldsymbol{E}^a \cdot \boldsymbol{B}^a + C' e^2 \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B} \longrightarrow \mu_A$$

$U(1)_V \times SU(2)_A$ に関したカイラル輸送は流体としてまぁ安全

$$SU(2)_A \ni \partial_\mu A_3^\mu = C' e^2 \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B} \longrightarrow \mu_{A_3}$$

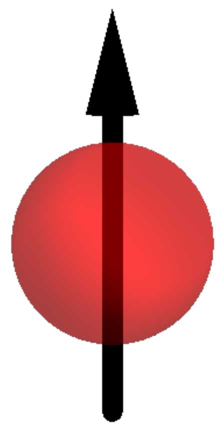
μ_{A_3} に関するCME/CVE自体を流体力学で調べることはできるが,

重イオン衝突におけるQCD量子以上の効果を

μ_Aを含めたカイラル流体力学で調べるのは理論的に危険

QGPスピントロニクス?

◆ 量子数としてのスピン

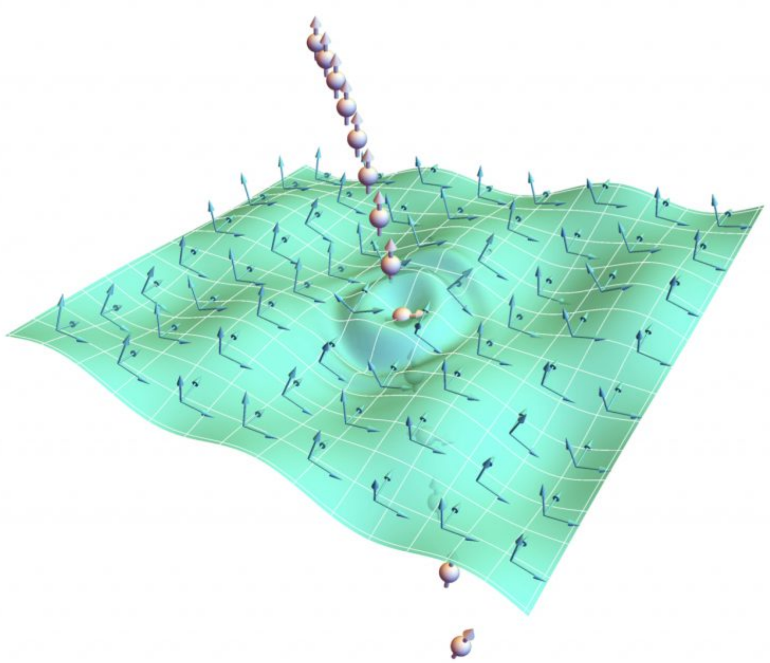


スピン≠~~非~~相対論的な理論におけるよい量子数

→ スピンの輸送現象！ ?

◆Where and Why ?

スピントロニクス

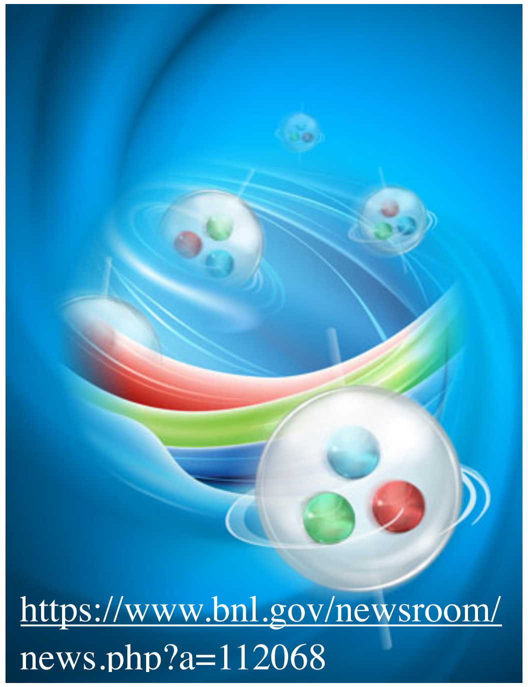


http://mmatsuo.com/

QGP spintronics

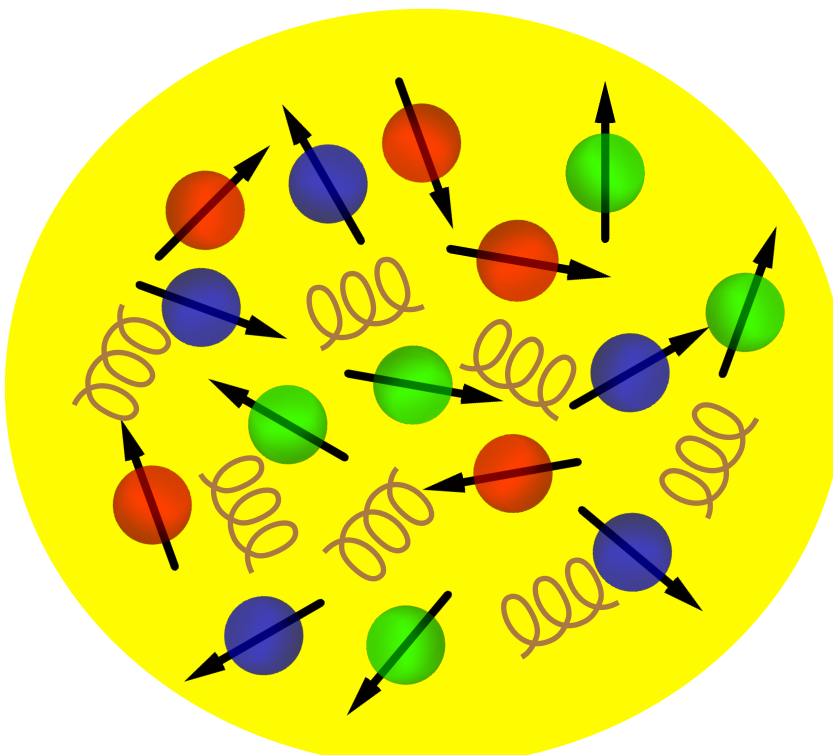
の可能性!?

重イオン衝突実験



スピン角運動量を取り込んだ流体?

◆ **スピン流体の現象論的な導出** [Hattori et al. (2019)]



$\simeq$ $\boxed{\text{Hydro}}$ + ~~Spin~~

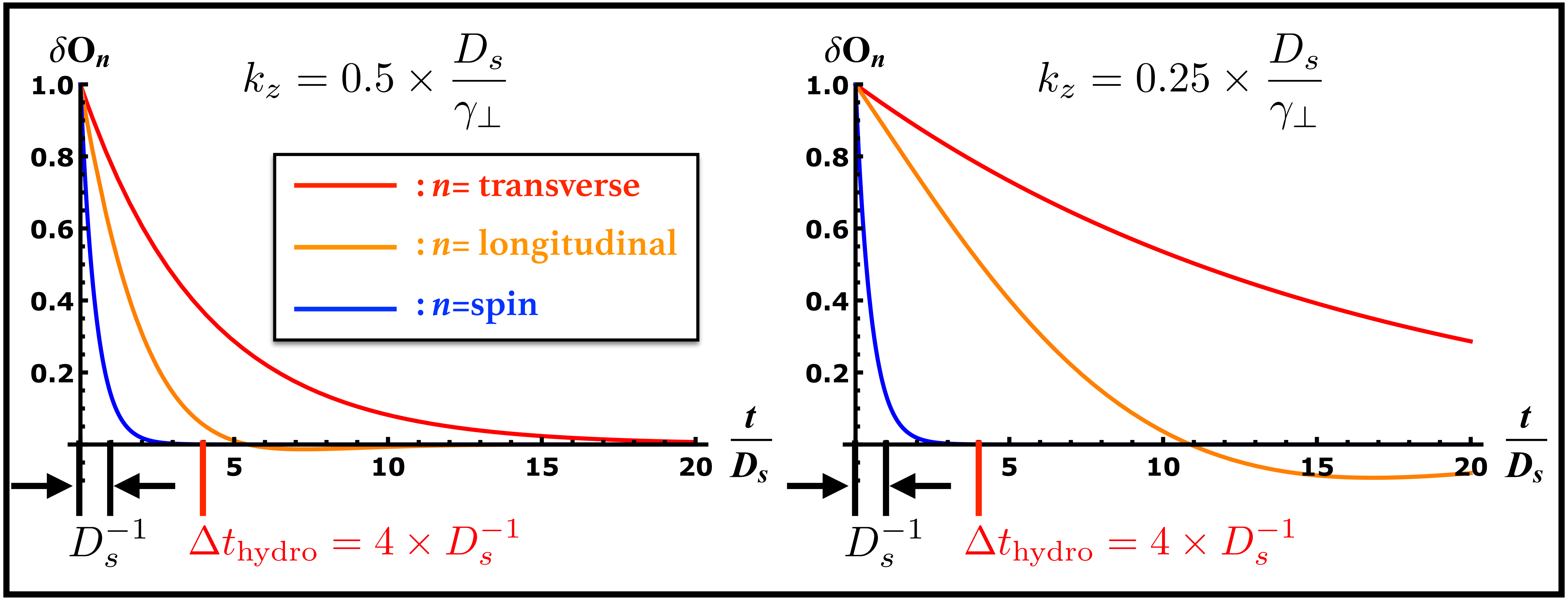
[Hattori et al. (2019)]の結果の要約:

(1) 流体モードとスピンのCoupled dynamicsを記述

(2) スピン密度の時間発展は散逸的 (非流体的)

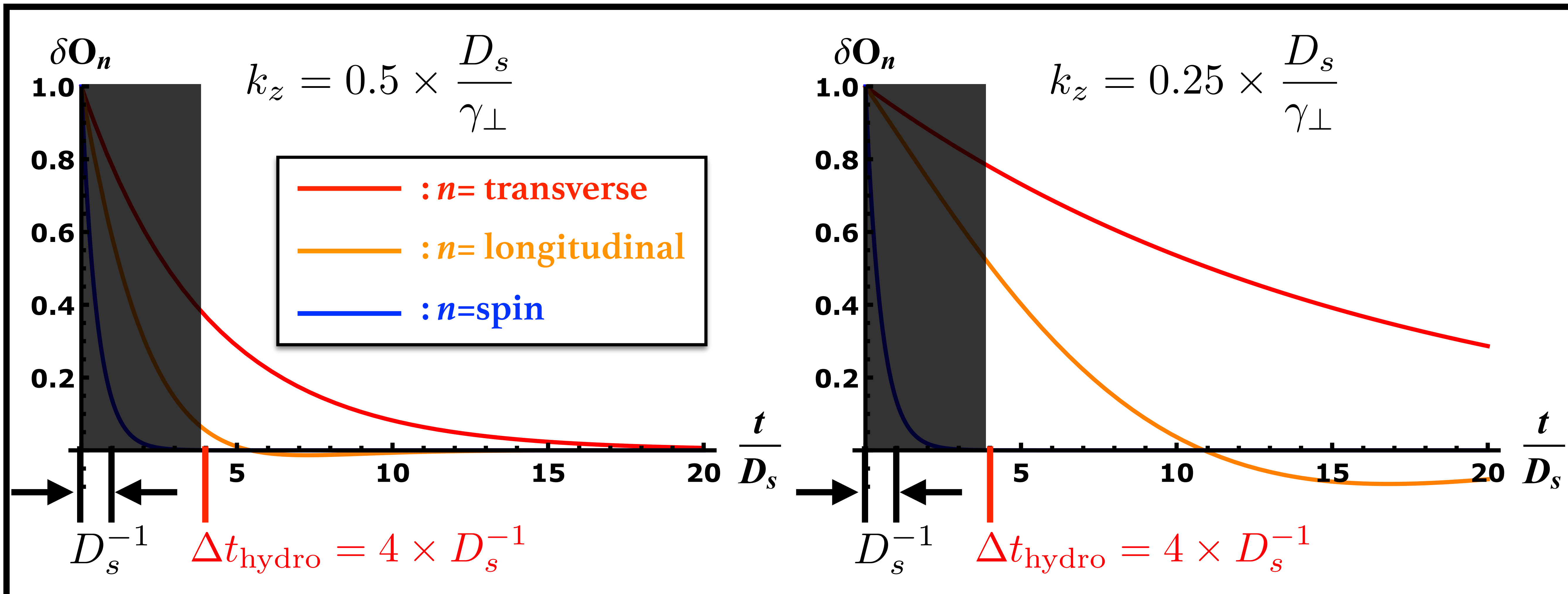
Fate of spin polarization

$$\delta\mathcal{O}_n(x) \propto e^{-\mathrm{i}\omega t} \begin{cases} \omega = -2\mathrm{i}D_s + O(k_z^2) : (\times 3 \text{ gapped modes}) \\ \omega = -2\mathrm{i}D_b + O(k_z^2) : (\times 3 \text{ gapped modes}) \\ \omega = -\mathrm{i}\gamma_\perp k_z^2 + O(k_z^4) : (\times 2 \text{ gapless transverse modes}) \\ \omega = \pm c_s k_z - \mathrm{i}\frac{\gamma_\parallel}{2} k_z^2 + \mathcal{O}(k_z^3) : (\times 2 \text{ gapless longitudinal modes}) \end{cases}$$



Fate of spin polarization

$$\delta\mathcal{O}_n(x) \propto e^{-\mathrm{i}\omega t} \begin{cases} \omega = -2\mathrm{i}D_s + O(k_z^2) : (\times 3 \text{ gapped modes}) \\ \omega = -2\mathrm{i}D_b + O(k_z^2) : (\times 3 \text{ gapped modes}) \\ \omega = -\mathrm{i}\gamma_\perp k_z^2 + O(k_z^4) : (\times 2 \text{ gapless transverse modes}) \\ \omega = \pm c_s k_z - \mathrm{i}\frac{\gamma_\parallel}{2}k_z^2 + \mathcal{O}(k_z^3) : (\times 2 \text{ gapless longitudinal modes}) \end{cases}$$



➡ スピンは特徴的な時間スケール$\simeq D_s^{-1}$程度で消える

非保存量入り流体への警鐘

[17]In the hydrodynamic regime for nematics, the "extension" of H. W. Hwang, Phys. Rev. Letters 26, 1525 (1971), is equivalent to FLMPS. Outside of the hydrodynamic regime, the terms he keeps in addition are *ad hoc* and incomplete and there is no reason to think experiments would necessarily give the line shapes they predict *even if* the experiments could be performed. They are just the "irrelevant transport coefficients" which should be discarded as discussed in Ref. 11. Some readers may object to our use of the word irrelevant, since under certain circumstances nonhydrodynamic modes are slow and measurable, e.g., near phase transitions. We agree but point out in response that the same arguments apply in such cases to other variables that have been omitted (e.g., to the magnitude of the order parameter as well as its direction).

要約

流体じゃないモードについて，手で"輸送係数"を定義しても，実験的に見える理由はない！

勝手に取り入れたモード以外のgappedモードを考慮しないでよいという理論的な理由はない！！

非相対論極限などによる「ある理由」で対称性がenhanceする場合には，"輸送係数"意味を持つ.

[38]If for some reason the coupling between "spin" and orbital angular momentums vanishes, or can be neglected, a separate conservation for "spin" angular momentum will follow from the microscopic Hamiltonian. This is actually the case for a number of models employed to describe magnetic problems.

非保存量入り流体への警鐘

[17] In the hydrodynamic regime for nematics, the "ex-

要約

ただし(s,c,...)などに対して
Heavy quark limitが取れば,
その輸送現象は議論可能!

[Kapusta et al. arXiv:1907.10750
Hattori et al. (on-going work) 2019?]

parameter as well as its direction).

非相対論極限などによる「ある理由」で対称性がenhanceする場合には,”輸送係数”意味を持つ.

[38] If for some reason the coupling between "spin" and orbital angular momentums vanishes, or can be neglected, a separate conservation for "spin" angular momentum will follow from the microscopic Hamiltonian. This is actually the case for a number of models employed to describe magnetic problems.

(3) 今後の展望

重要だと思う理論的課題

- 小さい系の流体力学

- 流体化/非流体化・2相共存

- 輸送係数の第一原理計算

重要だと思う理論的課題

- 小さい系の流体力学

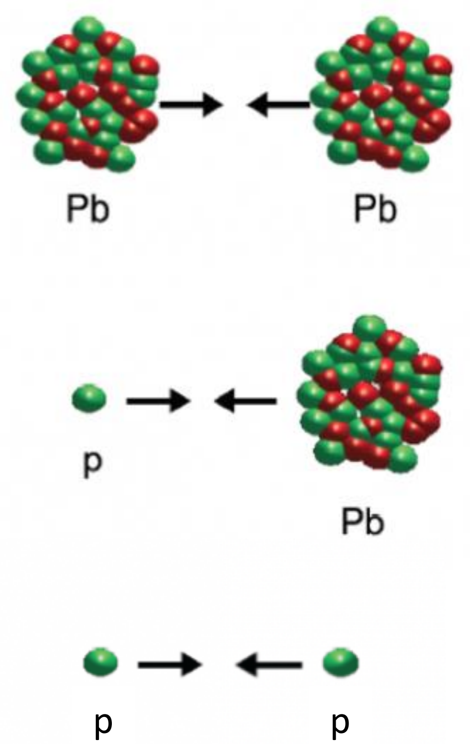
- 流体化/非流体化・2相共存

- 輸送係数の第一原理計算

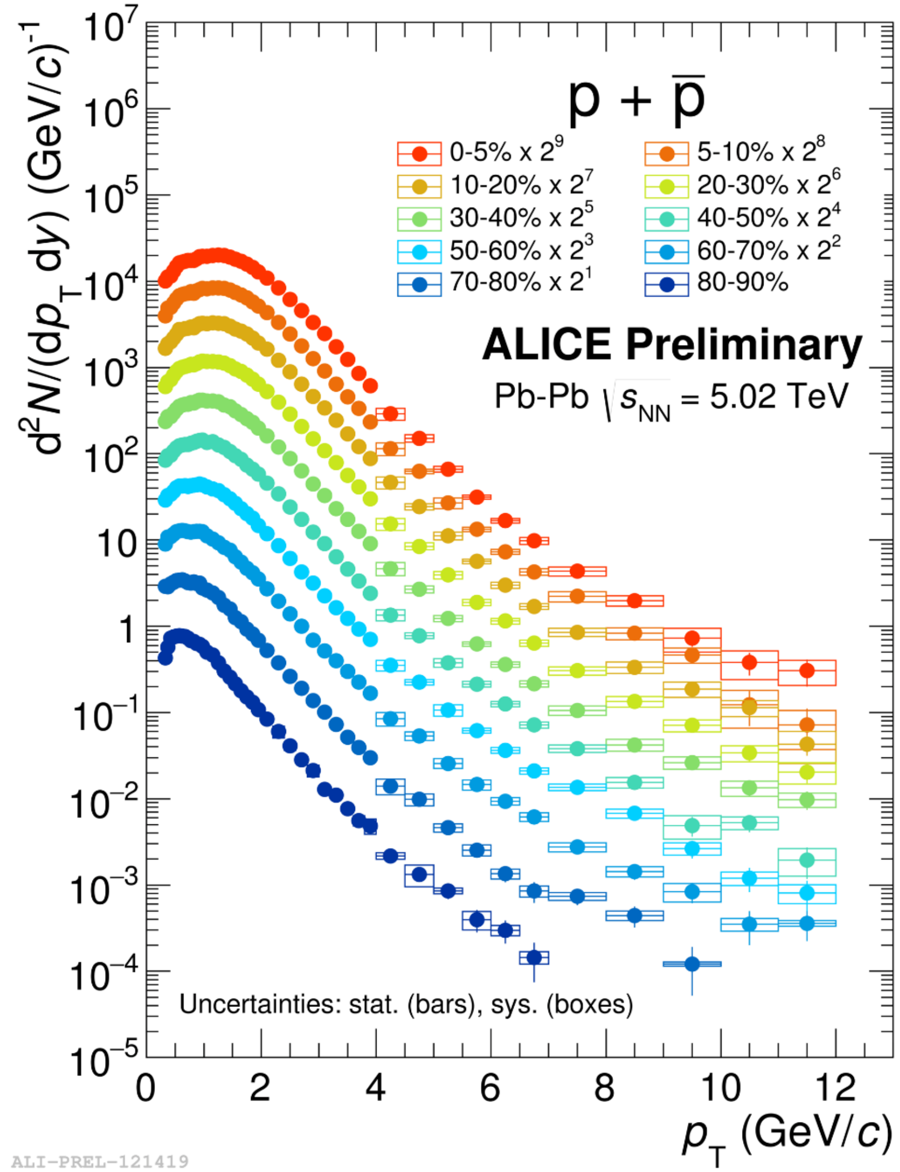
小さい系の流体力学?

Radial flow

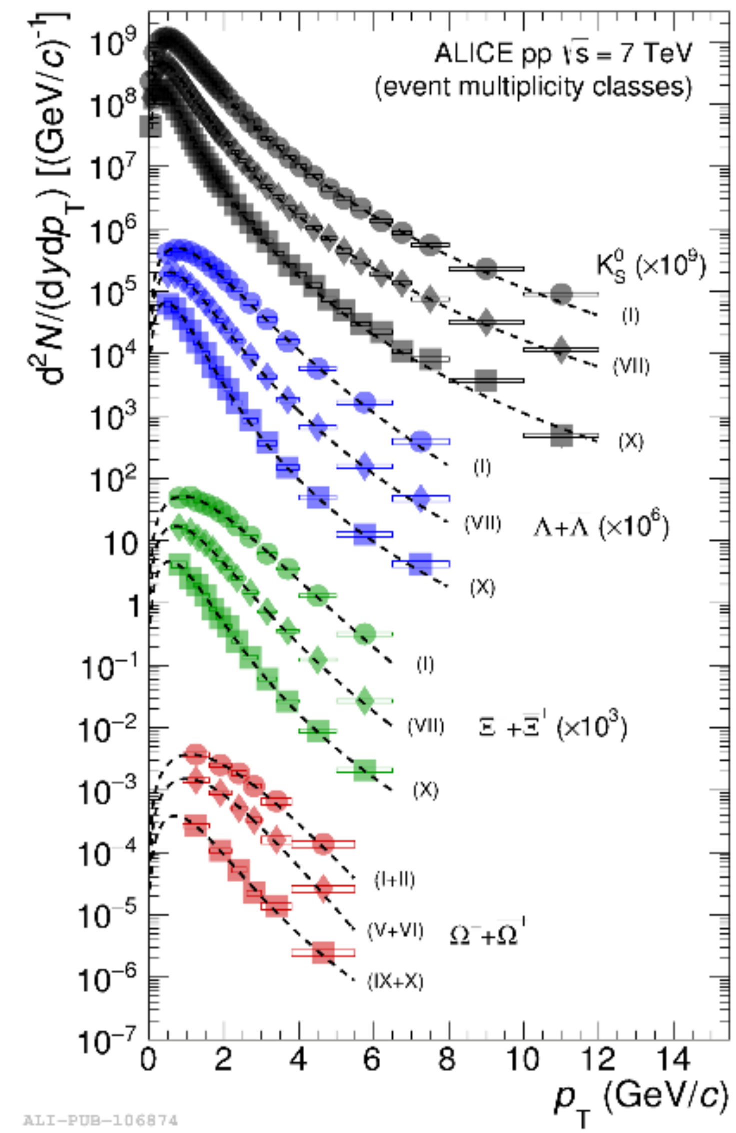
Centrality and particle mass dependence of pT distribution



5.02 TeV Pb+Pb



7 TeV p+p

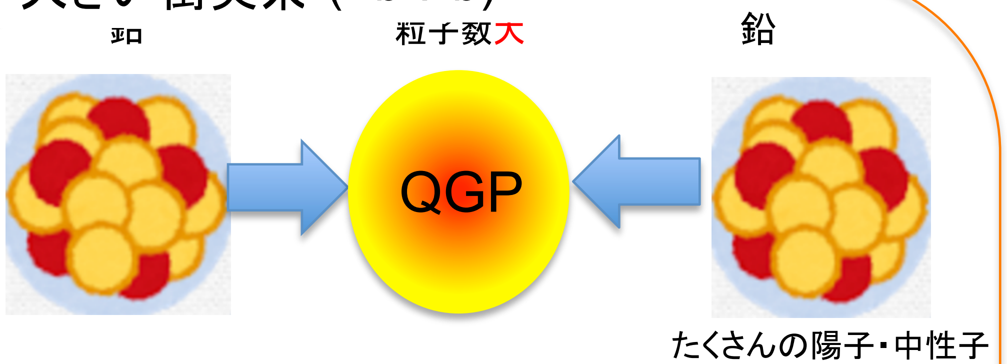


[江角さんのスライドより]

小さい系の流体力学?

小さい衝突系と相対論的流体模型

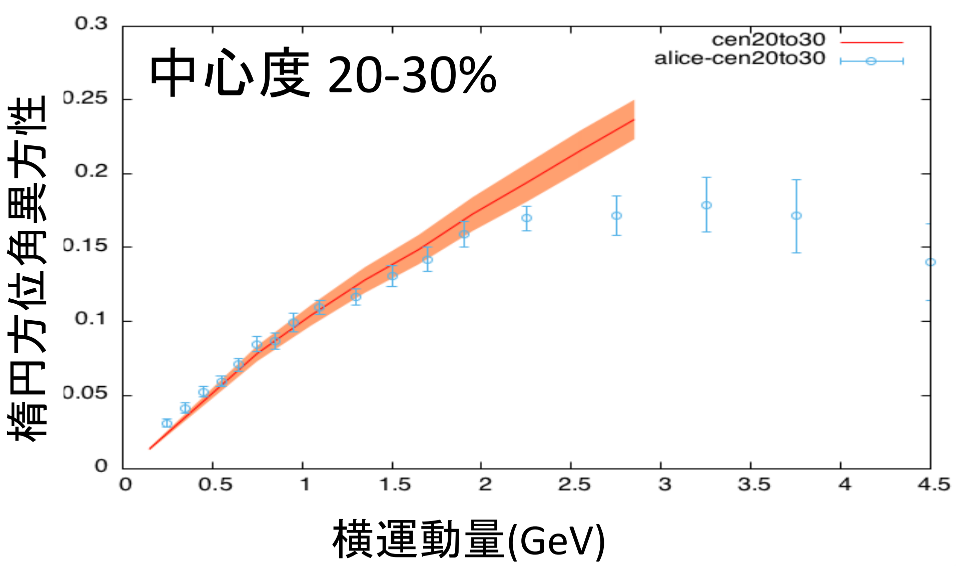
大きい衝突系 (Pb-Pb)



- 相対論的流体模型が物理量の再現に成功

ex) 粒子分布、方位角異方性 etc…

結果 Pb＋Pb(√s=2.76 TeV) 荷電粒子

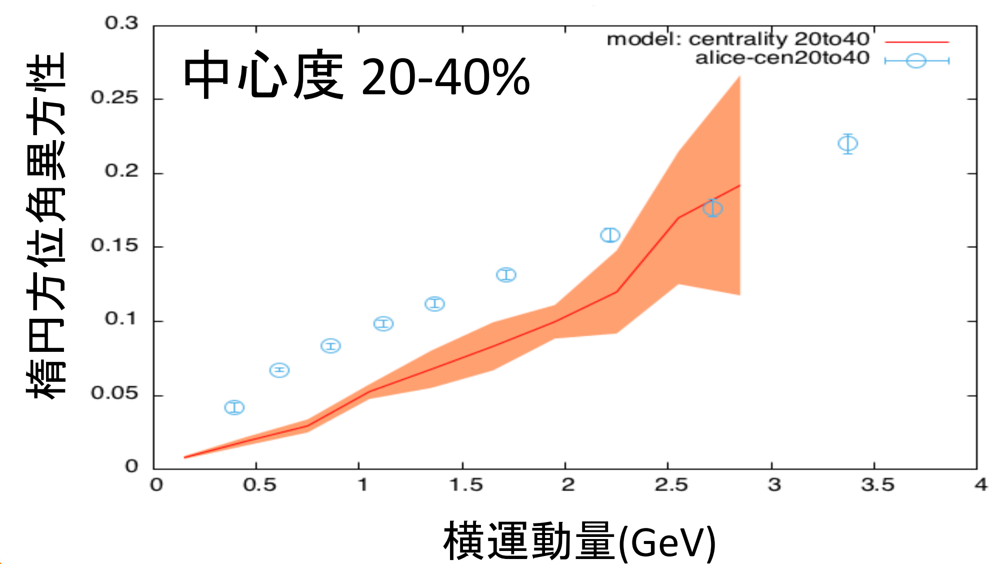


ALICE,PRL 107, 032301(2011)

小さい衝突系 (p-p, p-Pb)

- **相対論的流体としての振る舞い？**
- **大きい衝突系と同じ描像で理解できるだろうか?**

結果 p+Pb(√s=5.02 TeV) 荷電粒子



ALICE,PRLB726.164(2013)

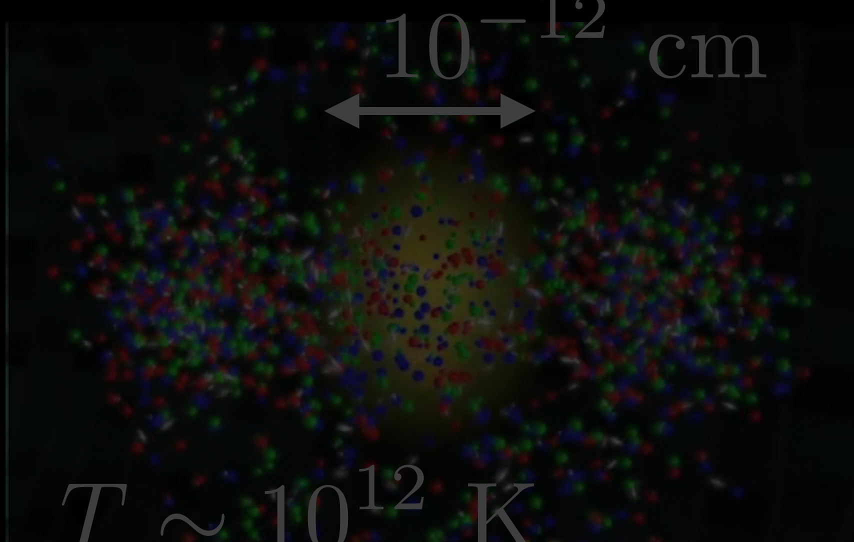
[中村さんのフラッシュトークスライドより]

流体力学は小さな系で使えるのか？

流体力学とは？

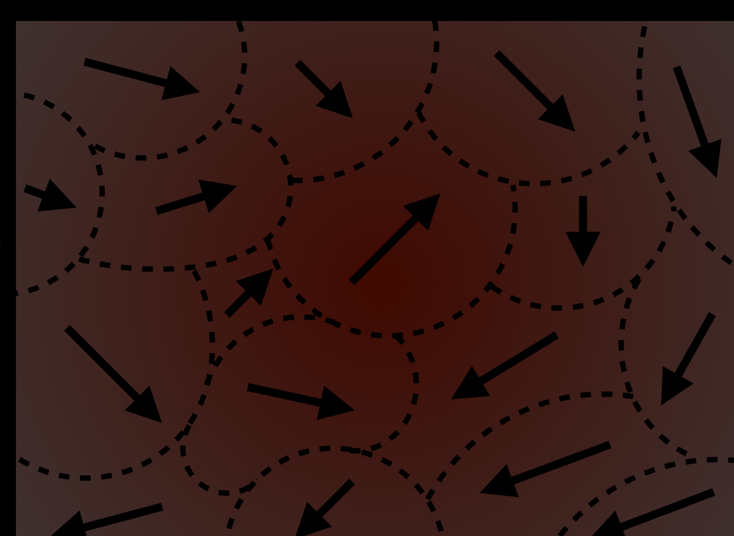
- 系の詳細によらない，ユニバーサルな記述を行う
- マクロなダイナミクスを記述する有効理論
- 保存量のみに注目 〜 系の対称性のみに注目

クォーク・グルーオン プラズマ



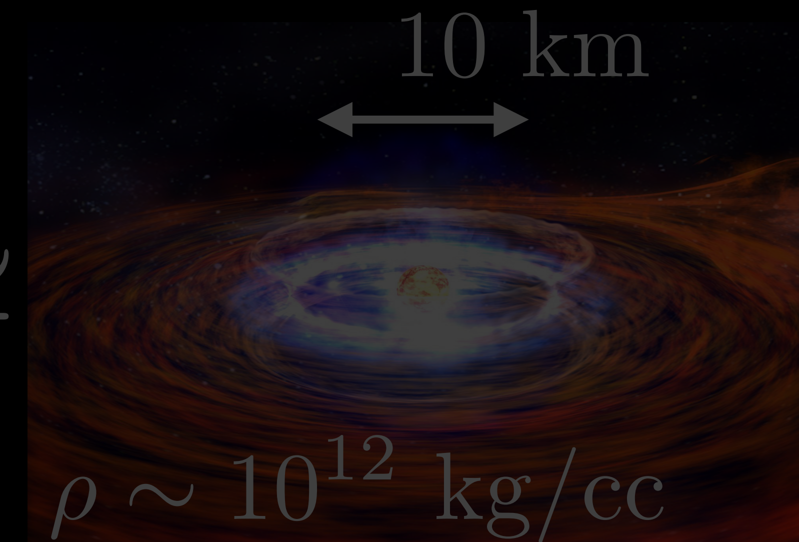
$\simeq$

流体力学 $\{\beta(x),\ \vec{v}(x)\}$



$\simeq$

中性子星



http://www.bnl.gov/rhic/news2/news.asp?a=1403&t=pr

http://newsoffice.mjitugenn.edu/2012/model-bursting-star-0302

流体力学の前提

液体，気体を問わず，すべての物体は原子，分子から成り立っているが，このような微細な構造まで立ち入らず，多数の分子について平均をとって，いわゆる連続物体として流体の運動を議論するのが流体力学の立場である．たとえば，0°C，1気圧の空気 1 cm³ の中には 2.69×10^{19} 個の分子があり，したがって1辺の長さ 10^{-3} cm の立方体でも 2.69×10^{7} 個という多数の分子を含んでいる．この立方体の大きさは，ふつうに流体の運動を考えるばあい無限小と見なしてもさしつかえのない程度であるから，空気を連続物体と仮定することは十分許されるであろう．

『流体力学』今井功 (1970) p1, まえがき

流体力学の**前提**

一般的に，流体としての取扱いが可能であるためには，条件(1·1)が満たされればよいが，後に 3-2 で定義するような完全流体および粘性流体を考える場合には，(1·1)では不十分である．なぜなら，これらの言わば**狭義の流体**では，流体が常に局所的熱平衡またはそれに近い状態にあることを仮定しており，そのため，気体分子の衝突によって状態が平均化されることが必要である．したがって，l は(1·1)のほかに，分子衝突の平均自由行路 λ に比べても，

$$l \gg \lambda \tag{1·2}$$

の条件を満たさなければならない．

気体分子運動論[†]によれば，気体分子を完全弾性衝突を行う剛体球とするとき，平均自由行路は近似的に，

$$\lambda = \frac{v_0}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2} \tag{1·3}$$

で与えられる．ここに，σ は分子の直径を表す．したがって，

$$\frac{\lambda}{l_0} = \frac{{v_0}^{2/3}}{\sqrt{2}\,\pi\sigma^2} = \frac{(l_0/\sigma)^2}{\sqrt{2}\,\pi}. \tag{1·4}$$

いま，温度 0℃ で 1 気圧の空気をとると，$v_0 = 0.372 \times 10^{-19}\,\mathrm{cm}^3$ であるから，$l_0 = 0.334 \times 10^{-6}\,\mathrm{cm}$．これに対して，$\sigma = 3.72 \times 10^{-8}\,\mathrm{cm}$ であるから，(1·4)から，$\lambda = 18.1\,l_0 = 6.03 \times 10^{-6}\,\mathrm{cm}$ となる．言いかえれば，衝突によって平均化が行われる体積の最小単位は，$\lambda^3 \approx 5.93 \times 10^3\,v_0$ となり，その中には約 6000 個の分子が含まれることになる．したがって，流体としての取扱いが許されるための条件として，(1·2)は(1·1)よりも強い条件になっていることがわかる．

『流体力学』 巽友正 (1982), p3

流体力学の前提

§2.1　連続体表現および輸送現象

流体（ないしは弾性体）の力学は，分子間の距離（10^{-6}mm 程度以下）よりずっと大きい巨視的スケール（約 10^{-3}mm 以上）で物質の運動を考察する．物質が微視的な分子から構成されていることは周知の事実であるが，流体力学では考察の中心は流体の運動にあり，分子運動は輸送現象としてその体系にとり入れられる．流体の運動は力学の基本原理である三つの法則（質量保存，運動量保存，エネルギー保存）に基づいて考察される．適当な条件のもとでは，流体の巨視的な運動は，流体が連続体であるか分子から成るかにはほとんどよらない．このようにして，流体力学（および弾性体の力学）においては，質量，運動量，エネルギー，および他の熱力学的諸量（圧力，温度，密度，エントロピー，エンタルピー，内部エネルギー等）は物質の中で連続的に分布し，空間の各点 $\boldsymbol{x}$ ごとの変化は $\boldsymbol{x}$ を変数とする連続関数で表せるものと仮定する（連続体表現）．この連続体表現の正当性は，実験室での空気，水，その他の物質に対する多くの実験事実および分子運動論に基づく理論によって支持されている．

『流体力学』 神部勉, 石井克哉 (1995), p31

流体力学の前提

§2.1　連続体表現および輸送現象

流体（ないしは弾性体）の力学は，分子間の距離（10^{-6}mm 程度以下）よ

この連続体表現の正当性は，重イオン衝突実験での原子核-原子核，陽子-原子核，陽子-陽子衝突で作られたクォーク・グルーオン・プラズマに対する多くの実験事実，および量子色力学に基づく計算によって支持されている．

『クォーク・グルーオン・プラズマ』?? (20××)

表せるものと仮定する（連続体表現）．この連続体表現の正当性は，実験室での空気，水，その他の物質に対する多くの実験事実および分子運動論に基づく理論によって支持されている．

『流体力学』 神部勉, 石井克哉 (1995), p31

流体力学の前提

§ 2.1　連続体表現および輸送現象

流体（ないしは弾性体）の力学は，分子間の距離（10^{-6}mm 程度以下）よ

この連続体表現の正当性は，重イオン衝突実験での原子核-原子核，陽子-原子核，陽子-陽子衝突で作られたクォーク・グルーオン・プラズマに対する多くの実験事実，および量子色力学に基づく計算によって支持されている．

『クォーク・グルーオン・プラズマ』?? (20××)

?

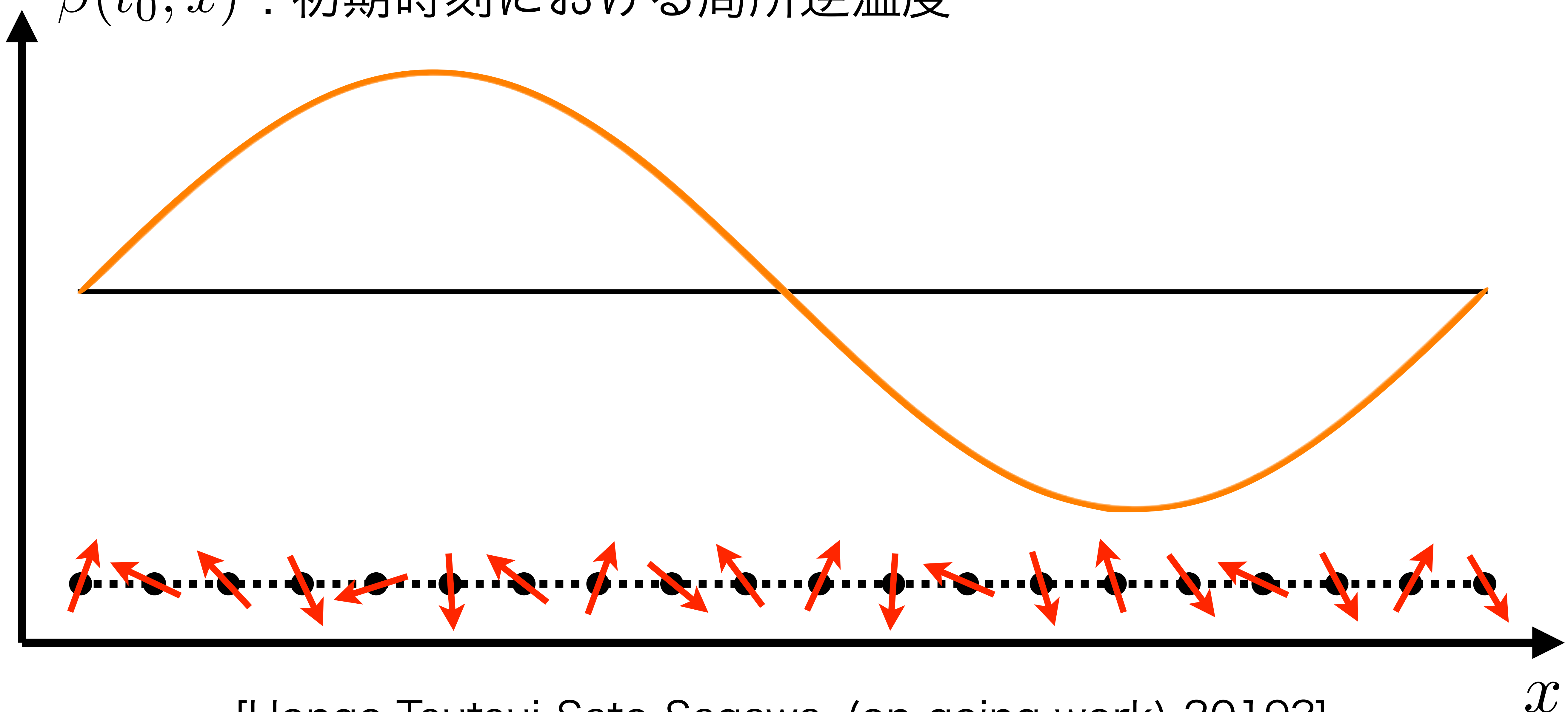
表せるものと仮定する（連続体表現）．この連続体表現の正当性は，実験室での空気，水，その他の物質に対する多くの実験事実および分子運動論に基づく理論によって支持されている．

『流体力学』 神部勉, 石井克哉 (1995), p31

1Dスピン鎖でのエネルギー拡散

$$\hat{H} = \sum_{i}^{N} \left[J_{ab}\sigma_i^a \sigma_{i+1}^b + \gamma\sigma_i^x + h\sigma_i^z \right], \quad J_{ab} = \mathrm{diag}\left(J_x, J_y, J_z\right)$$

$\beta(t_0, x)$: 初期時刻における局所逆温度

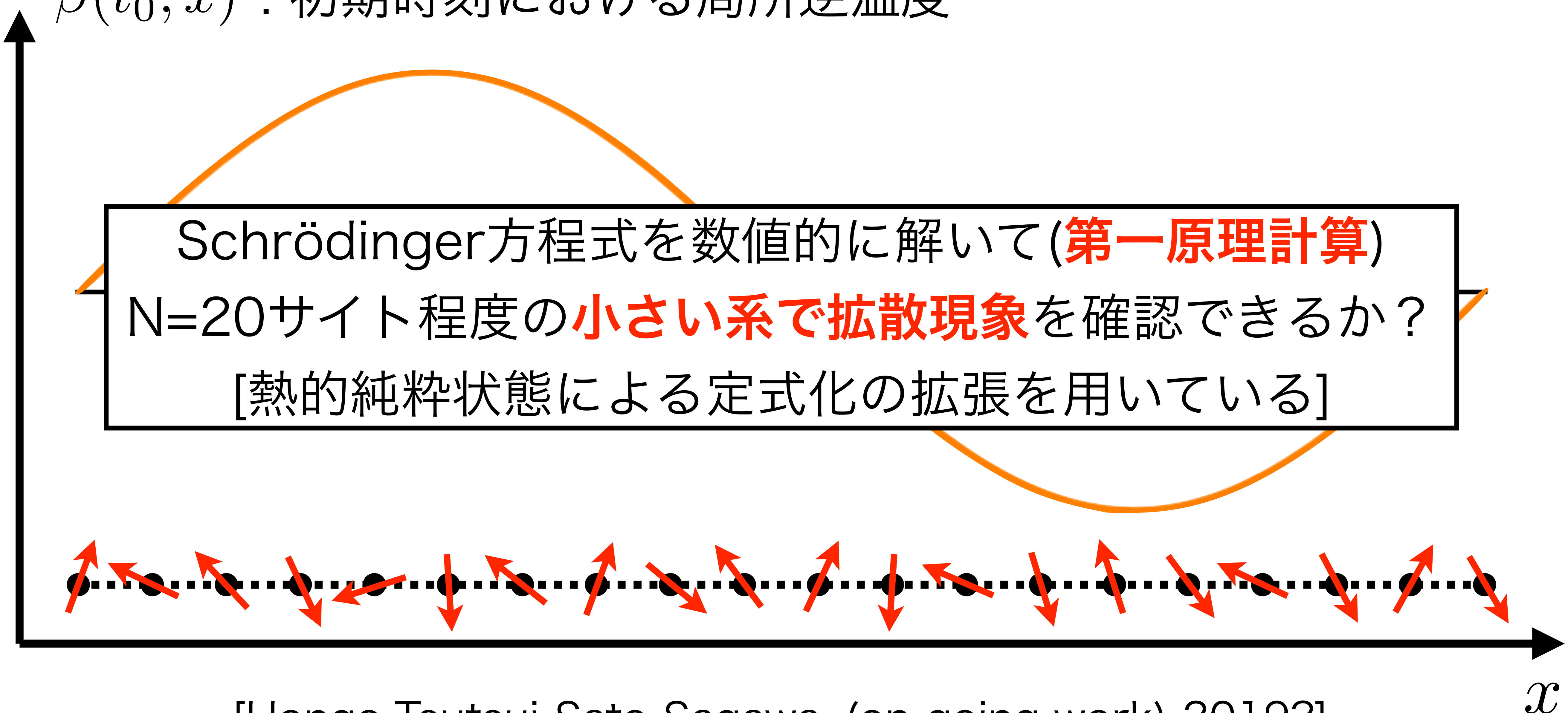


[Hongo-Tsutsui-Sato-Sagawa, (on-going work) 2019?]

1Dスピン鎖での**エネルギー拡散**

$$\hat{H} = \sum_{i}^{N} \left[J_{ab} \sigma_i^a \sigma_{i+1}^b + \gamma \sigma_i^x + h \sigma_i^z \right], \quad J_{ab} = \mathrm{diag}\,(J_x, J_y, J_z)$$

$\beta(t_0, x)$: 初期時刻における局所逆温度



Schrödinger方程式を数値的に解いて(**第一原理計算**)
N=20サイト程度の**小さい系で拡散現象**を確認できるか？
[熱的純粋状態による定式化の拡張を用いている]

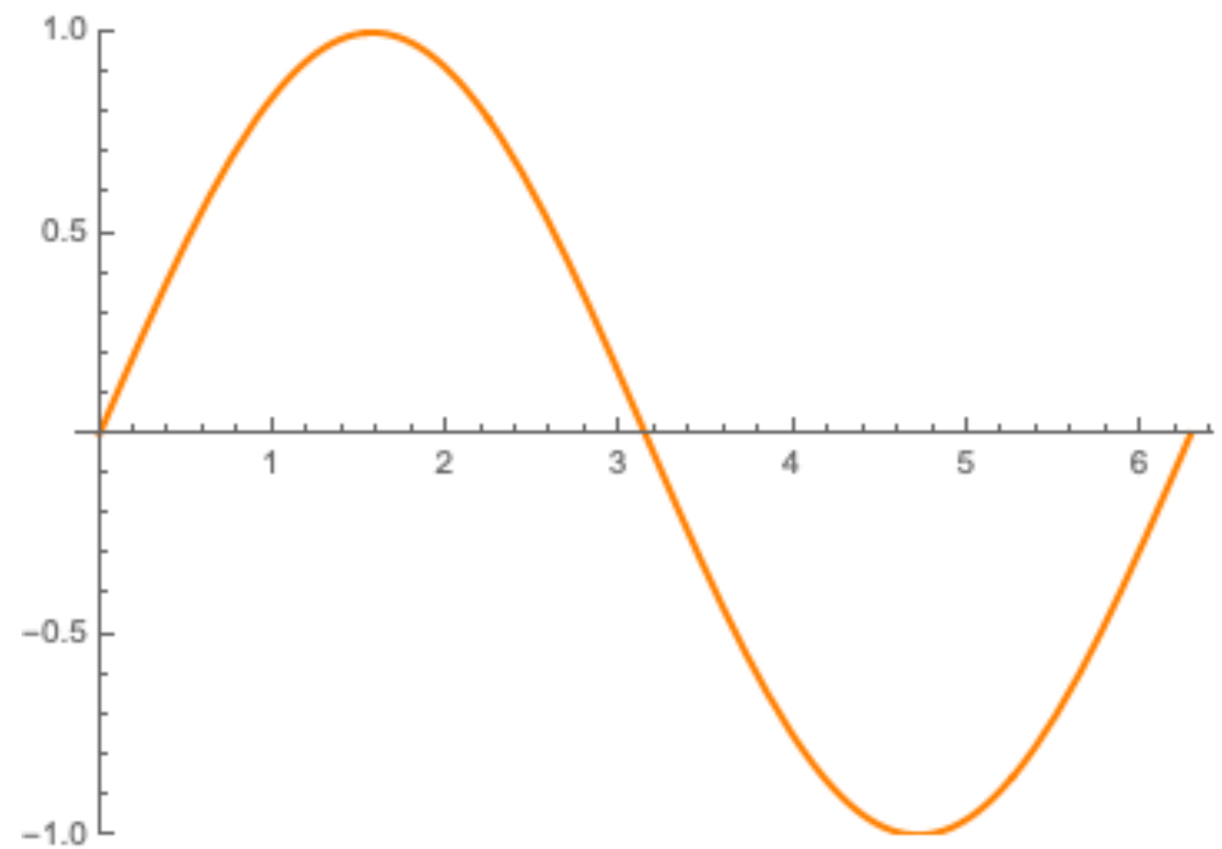
[Hongo-Tsutsui-Sato-Sagawa, (on-going work) 2019?]

1Dスピン鎖でのエネルギー拡散

$$\hat{H} = \sum_{i}^{N} \left[J_{ab}\sigma_i^a \sigma_{i+1}^b + \gamma\sigma_i^x + h\sigma_i^z \right], \quad J_{ab} = \mathrm{diag}\left(J_x, J_y, J_z\right)$$

[マクロ] 拡散方程式

$\beta(t, x)$

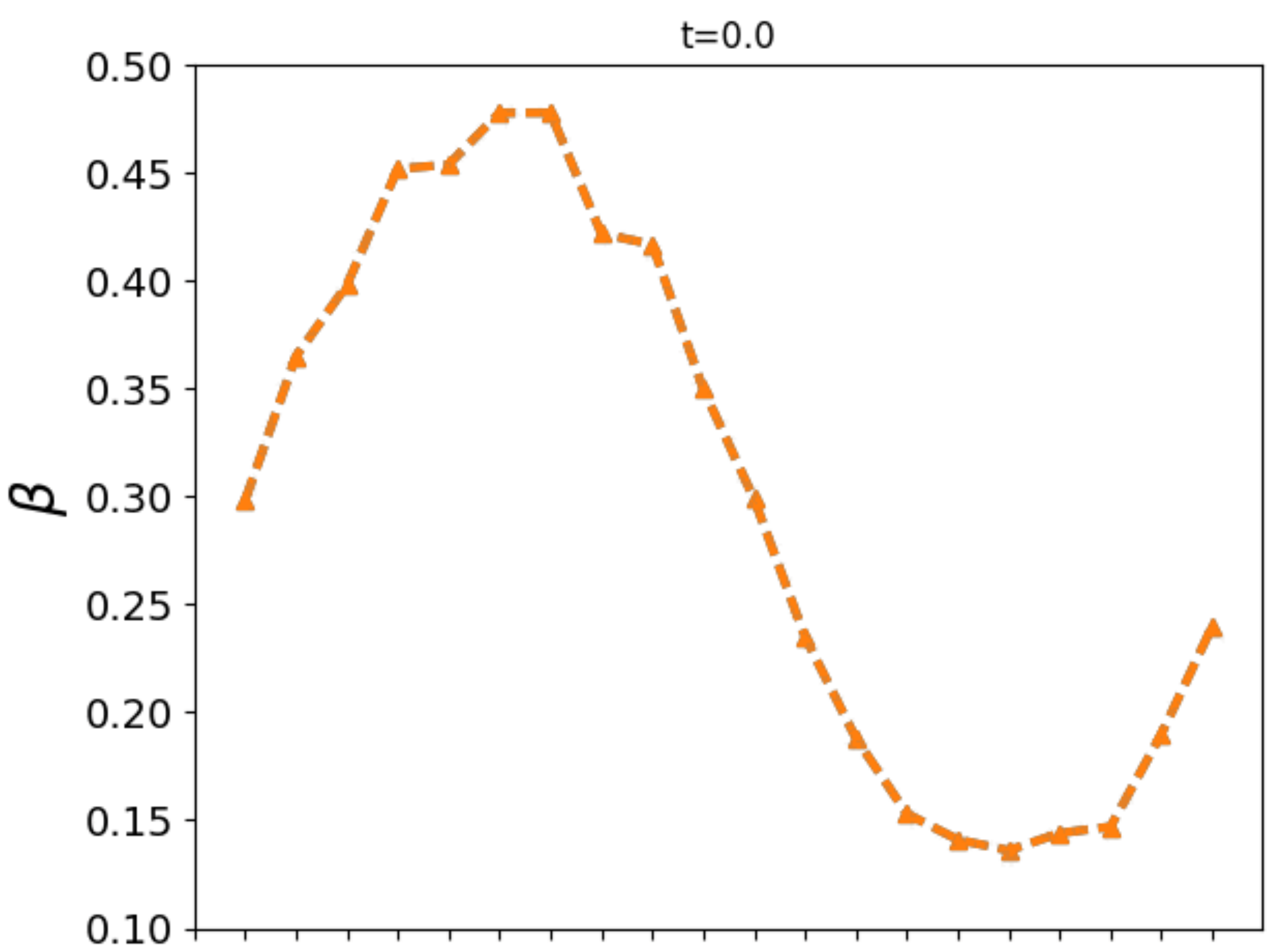


[Hongo-Tsutsui-Sato-Sagawa, (on-going work) 2019?]

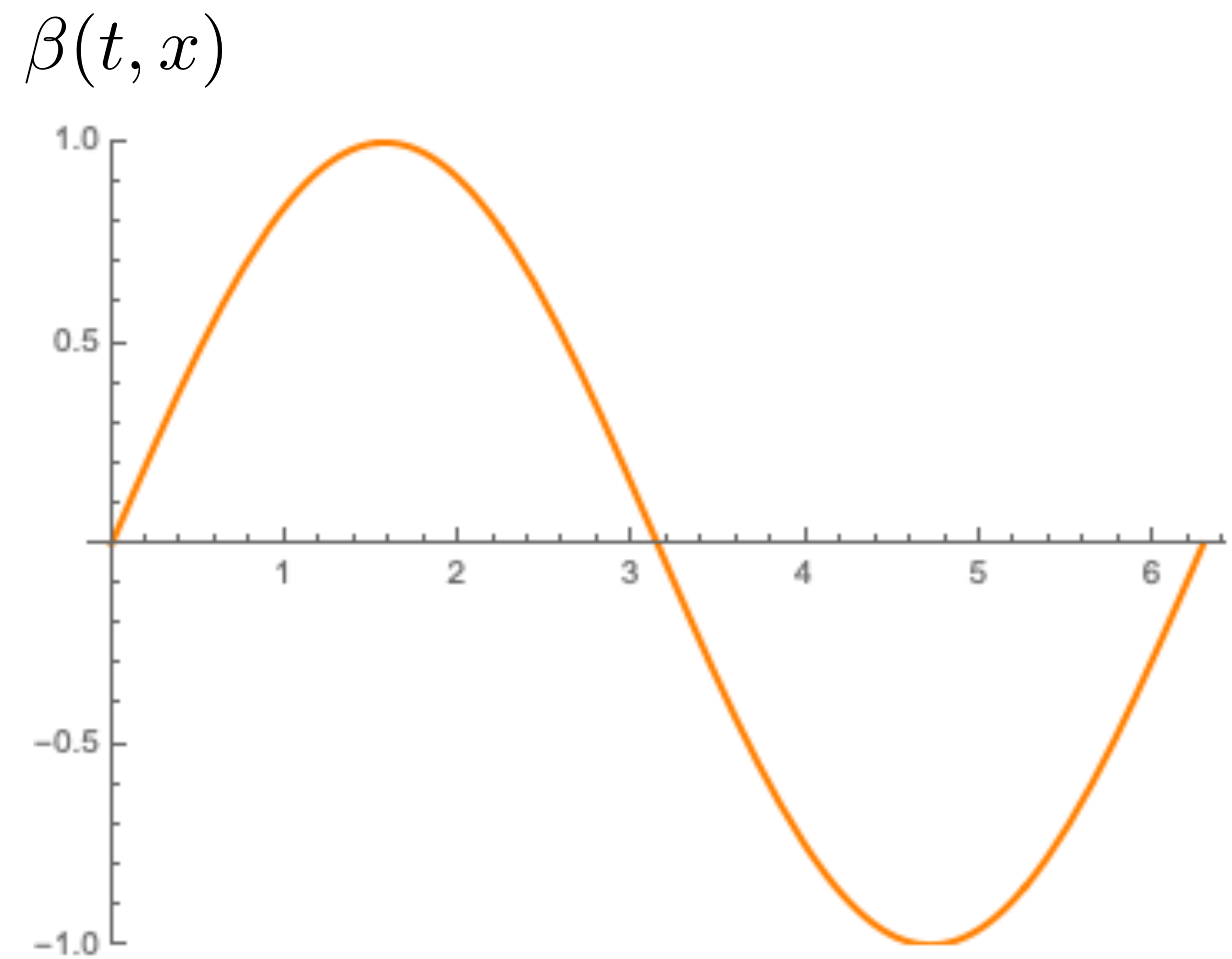
1Dスピン鎖でのエネルギー拡散

流体の各セルに1spinしかなくても
(流体的な)拡散現象が見えている！？

[ミクロ] Schrödinger方程式



[マクロ] 拡散方程式



[Hongo-Tsutsui-Sato-Sagawa, (on-going work) 2019?]

重要だと思う理論的課題

- 小さい系の流体力学

- 流体化/非流体化・2相共存

- 輸送係数の第一原理計算

流体化とは何か?

流体方程式とは？

与 保存則

$$\nabla_\mu \langle \hat{T}^{\mu\nu}(x) \rangle = 0, \quad \nabla_\mu \langle \hat{J}^\mu(x) \rangle = 0$$

構成方程式

保存量に関するカレントが保存量の情報から決まる

$$\langle \hat{T}^{\mu\nu}(x) \rangle = T^{\mu\nu}[T^{0\nu}, J^0]$$

$$\langle \hat{J}^\mu(x) \rangle = J^\mu[T^{0\nu}, J^0]$$

熱力学的関係式などを**無視**すれば,

上の情報だけで保存則は解ける!!

「**局所熱平衡化**していなくても，**流体化**はしている!?」

流体化とは何か?

$\begin{cases} \text{- 流体化} \overset{\text{def}}{\equiv} \text{保存則が保存量密度の情報だけから解ける} \\ \text{- 局所熱平衡化} \overset{\text{def}}{\equiv} \text{密度演算子が局所熱平衡状態(に近い)} \end{cases}$

◆ **人類が示せていること**

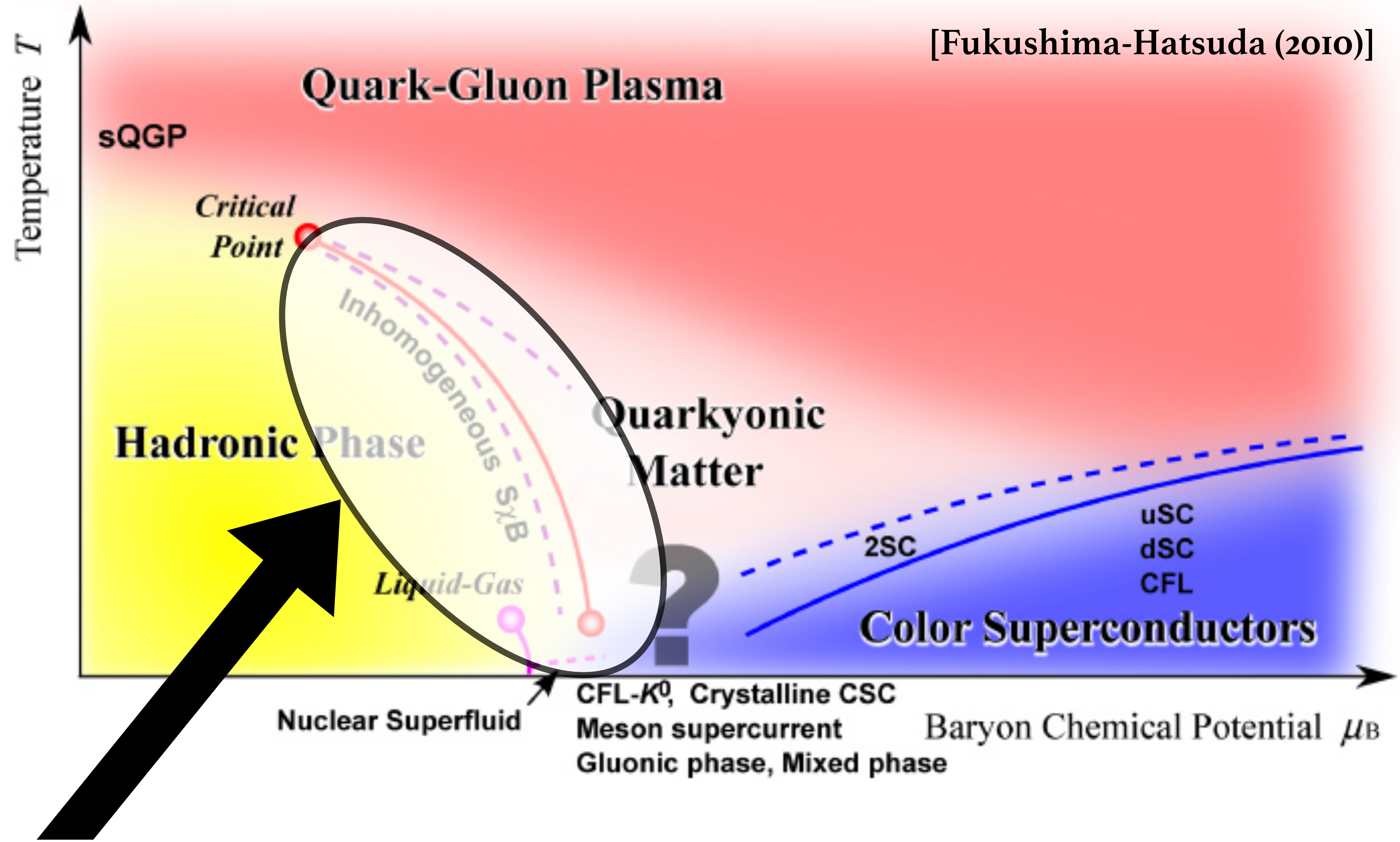
局所熱平衡化 $\Longrightarrow$ 流体化

「局所熱平衡化していないが，流体化している」

という可能性はありうるが，これは**誰も示していない**(と思う)

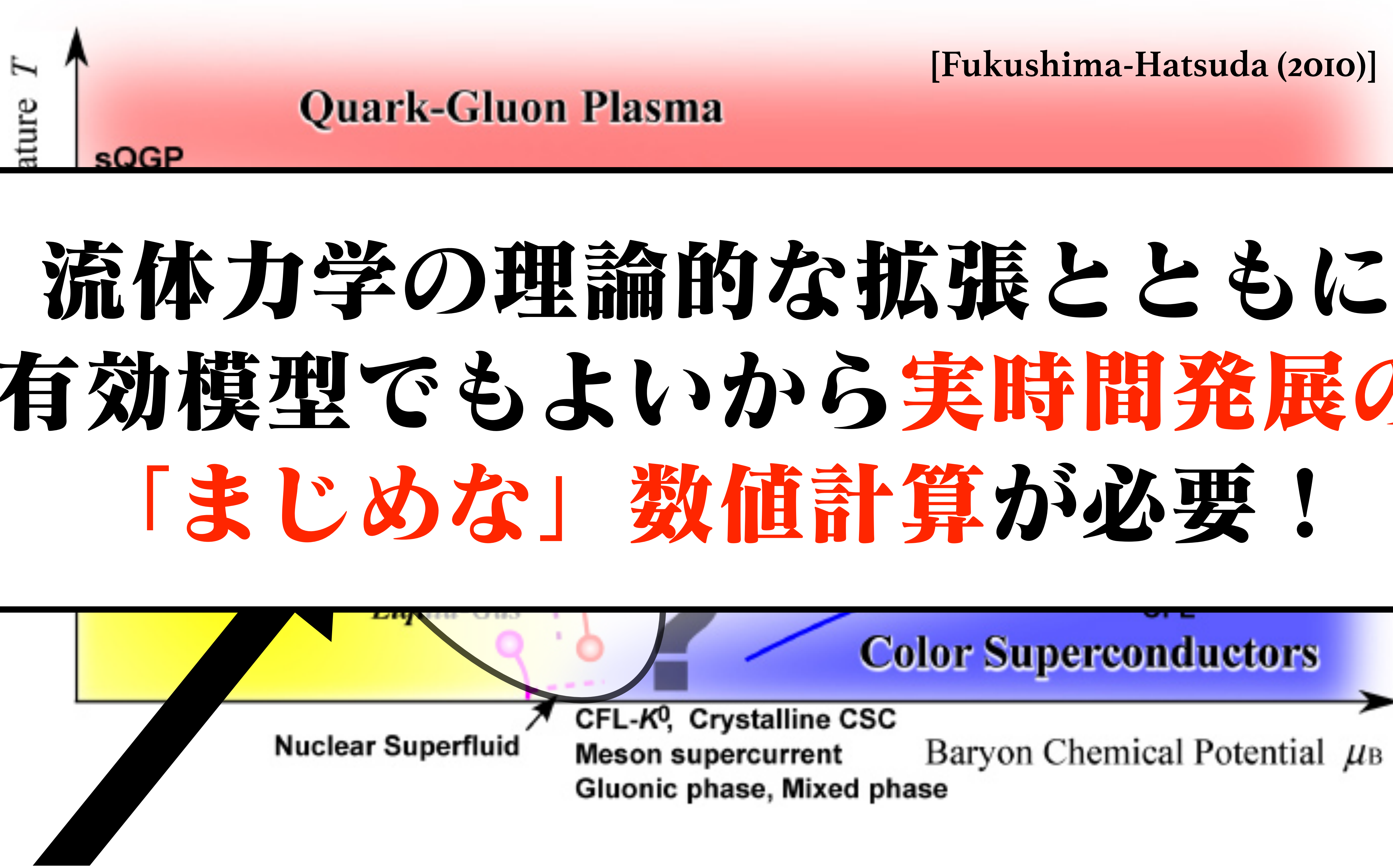
(「流体化して**いる**こと」をAdS/CFTなどの数値計算から示せても，
「局所熱平衡して**いない**こと」を示すのが困難)

2相共存系の流体力学？ 非流体化??



1次相転移線付近の流体力学？ ハドロン化と非流体化？

2相共存系の流体力学？ 非流体化??



流体力学の理論的な拡張とともに
有効模型でもよいから実時間発展の
「まじめな」数値計算が必要！

1次相転移線付近の流体力学？ ハドロン化と非流体化？

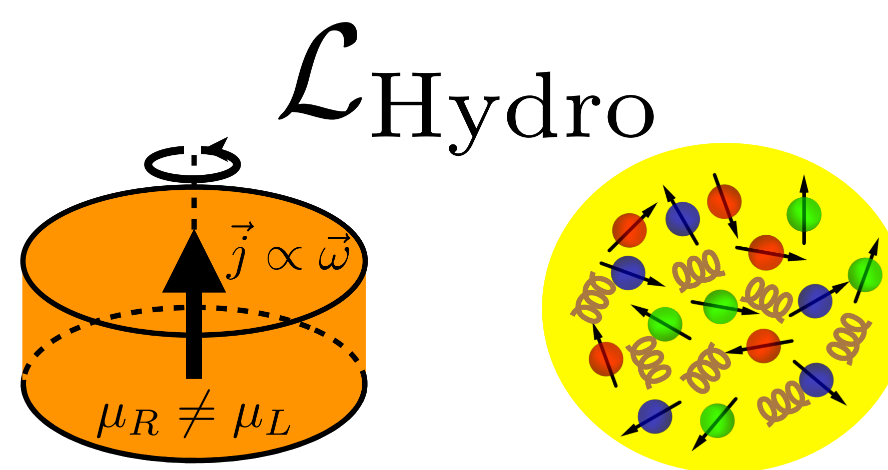
挙がっていた理論的疑問たち

- 流体力学の基礎
- ボルツマン方程式と流体力学の関係
- QCD量子異常を取り入れた流体?
- 非等方流体とは何か
- 流体力学は小さい系に使えるか
- 流体化は調べられるか

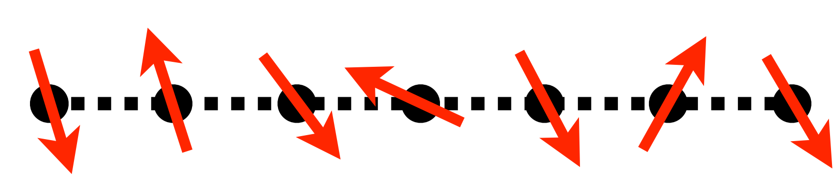
トークの概要

(1) 流体力学の基礎

(2) 流体力学の発展



(3) 流体力学の展望



最も重要な質問

QGPや原子核衝突にそろそろ飽きてきませんか？
飽きないための思考法や取り組みを教えて欲しい。

理学部物理学科において，流体力学分野はほぼ滅亡…
ハドロン物理学は生き残れるだろうか？

Back up