カイラル輸送現象

山本 直希（慶應義塾大学）

チュートリアル研究会

「高エネルギー重イオン衝突の物理：基礎・最先端・課題・展望」

内容

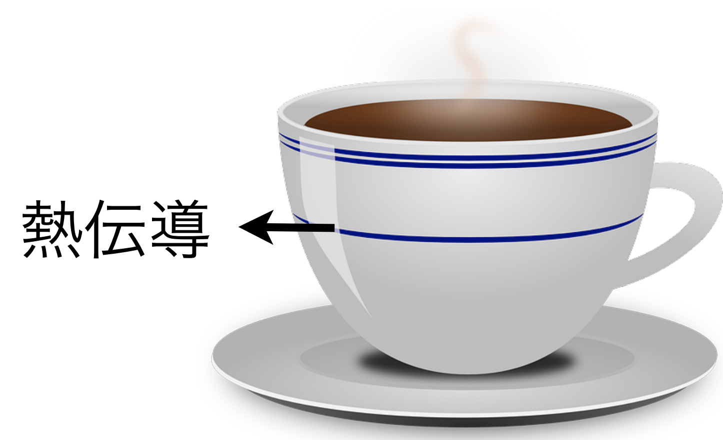
- カイラル輸送現象
- カイラル量子異常
- Quark-Gluon Plasma のカイラル輸送現象
- Weyl半金属・超新星への応用

単位系：　$\hbar = c = k_{\mathrm{B}} = e = 1$

カイラル輸送現象

輸送現象

- 古典的で身近な例：
    - Ohmの法則：　$\boldsymbol{j}_e = \sigma \boldsymbol{E}$
    - Fourierの法則：　$\boldsymbol{j}_Q = \kappa(-\boldsymbol{\nabla} T)$



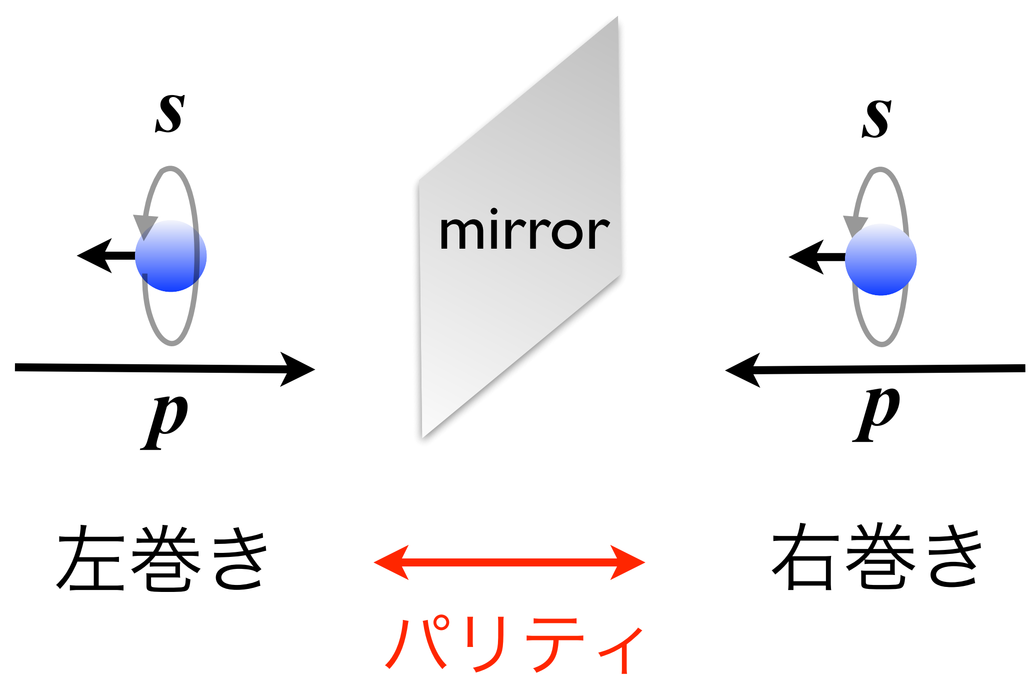
$$\boldsymbol{j}_e \sim \boldsymbol{B}\,?$$

パリティ

$$\boldsymbol{j}_e = \kappa \boldsymbol{B}$$

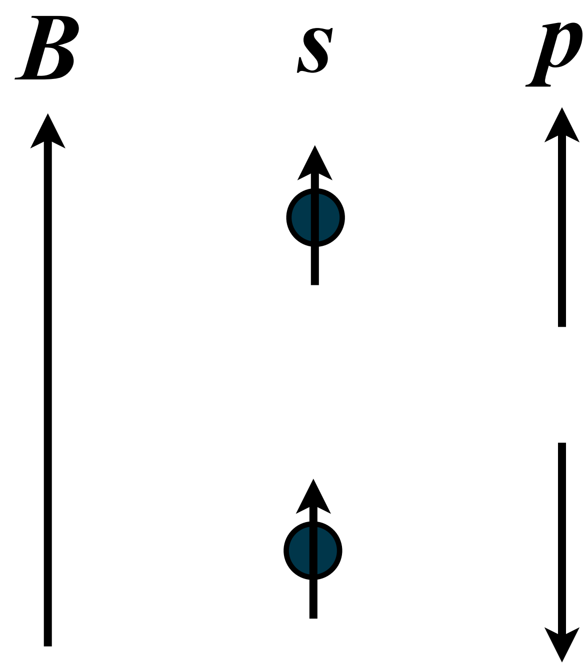
- パリティ変換のもとで $-\boldsymbol{j}_e = \kappa \boldsymbol{B}$　$(\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A})$
- パリティに矛盾しない唯一の可能性：$\kappa = 0$
- 「普通の」金属では起きない

カイラリティ



$\boldsymbol{j}_e \sim (\mu_{\rm R} - \mu_{\rm L})\boldsymbol{B}$ はパリティと矛盾しない

Chiral magnetic effect (CME)



右巻き $\quad \boldsymbol{j}_{\mathrm{R}} = \dfrac{\mu_{\mathrm{R}}}{4\pi^2}\boldsymbol{B}$

左巻き $\quad \boldsymbol{j}_{\mathrm{L}} = -\dfrac{\mu_{\mathrm{L}}}{4\pi^2}\boldsymbol{B}$

電流 $\quad \boldsymbol{j}_{\mathrm{e}} \equiv \boldsymbol{j}_{\mathrm{R}} + \boldsymbol{j}_{\mathrm{L}} = \dfrac{\mu_5}{2\pi^2}\boldsymbol{B}$

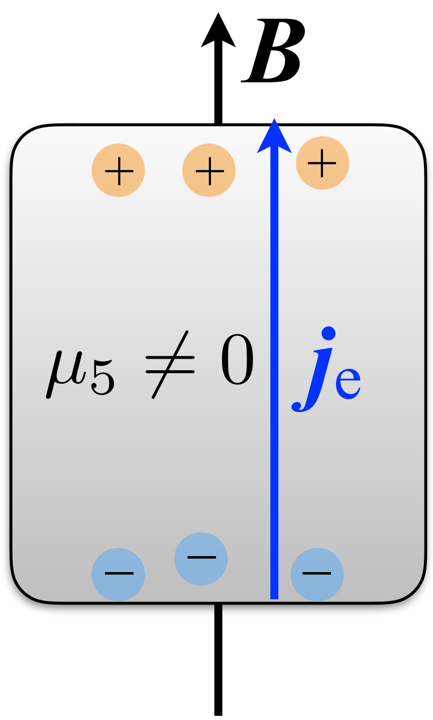
Chirality流 $\quad \boldsymbol{j}_5 \equiv \boldsymbol{j}_{\mathrm{R}} - \boldsymbol{j}_{\mathrm{L}} = \dfrac{\mu}{2\pi^2}\boldsymbol{B}$

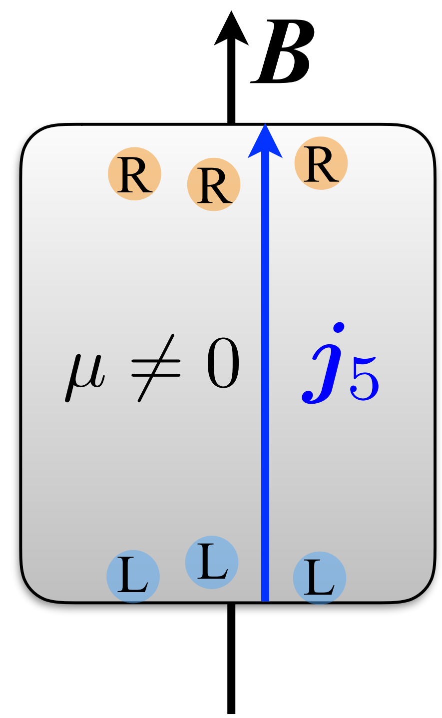
$$\mu_5 \equiv \frac{1}{2}(\mu_{\mathrm{R}} - \mu_{\mathrm{L}})$$

$$\mu \equiv \frac{1}{2}(\mu_{\mathrm{R}} + \mu_{\mathrm{L}})$$

Vilenkin (1980); Nielsen, Ninomiya (1983); Fukushima, Kharzeev, Warringa (2008), …

Chiral magnetic/separation effects





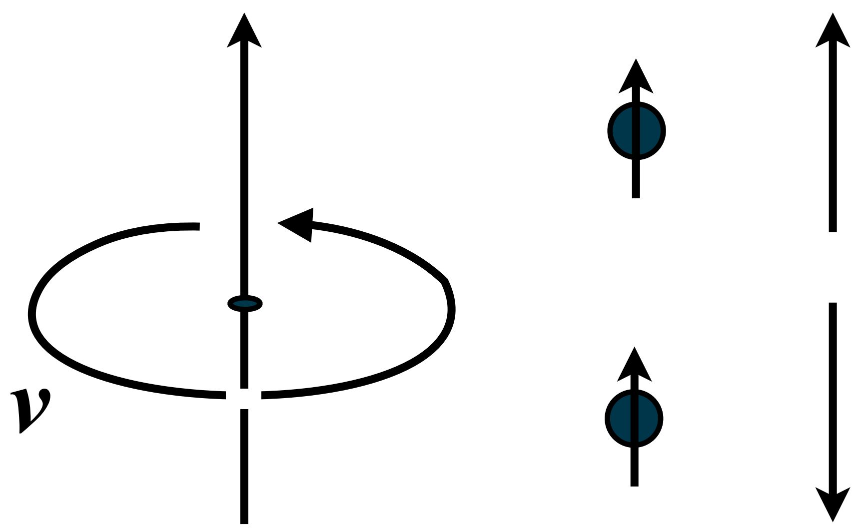
CME: $\boldsymbol{j}_\mathrm{e} = \dfrac{\mu_5}{2\pi^2}\boldsymbol{B}$

CSE: $\boldsymbol{j}_5 = \dfrac{\mu}{2\pi^2}\boldsymbol{B}$

- 厳密な輸送係数：量子異常と関係（トポロジカルに量子化）
- エネルギー散逸なし（磁場は仕事せず）

Chiral vortical effect (CVE)

渦度 $\boldsymbol{\omega} \equiv \frac{1}{2}\nabla \times \boldsymbol{v}$ $\quad \boldsymbol{s} \quad \boldsymbol{p}$



右巻き $\quad \boldsymbol{j}_{\mathrm{R}} = \left(\frac{\mu_{\mathrm{R}}^2}{4\pi^2} + \frac{T^2}{12}\right)\boldsymbol{\omega}$

左巻き $\quad \boldsymbol{j}_{\mathrm{L}} = -\left(\frac{\mu_{\mathrm{L}}^2}{4\pi^2} + \frac{T^2}{12}\right)\boldsymbol{\omega}$

粒子流 $\quad \boldsymbol{j} = \frac{\mu\mu_5}{\pi^2}\boldsymbol{\omega}$

Chirality流 $\quad \boldsymbol{j}_5 = \left(\frac{\mu^2 + \mu_5^2}{2\pi^2} + \frac{T^2}{6}\right)\boldsymbol{\omega}$

Vilenkin (1979); Erdmenger et al., Banerjee et al. (2008); Son, Surowka (2009); Landsteiner et al. (2011)

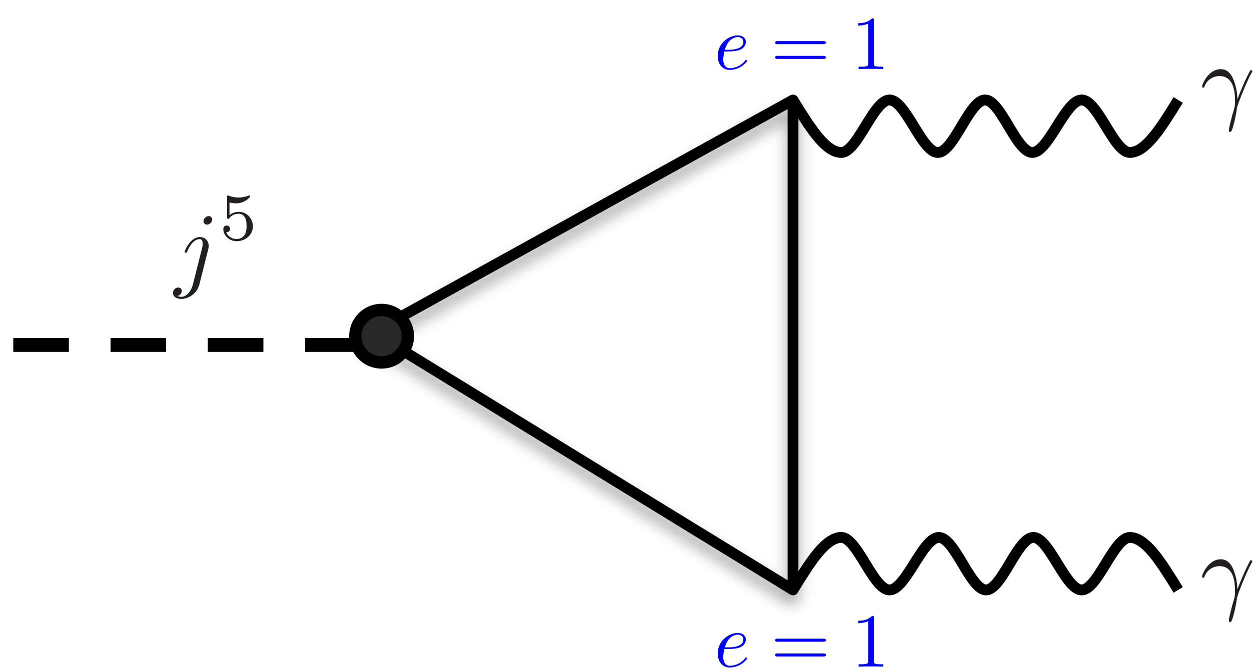
※ 歴史的には、超弦理論に端を発する「ゲージ重力対応」が重要な役割を果たした

カイラル量子異常

量子異常 (anomaly)

- 古典的な対称性が量子効果によって破れる現象
- トポロジーと深い関係（スケールに依らない）
- 低エネルギーの物理に重要な帰結
  - $\pi^0 \to 2\gamma$ Adler, Bell, Jackiw (1969)
  - 輸送現象：Chiral Magnetic Effect, etc.

QED anomaly

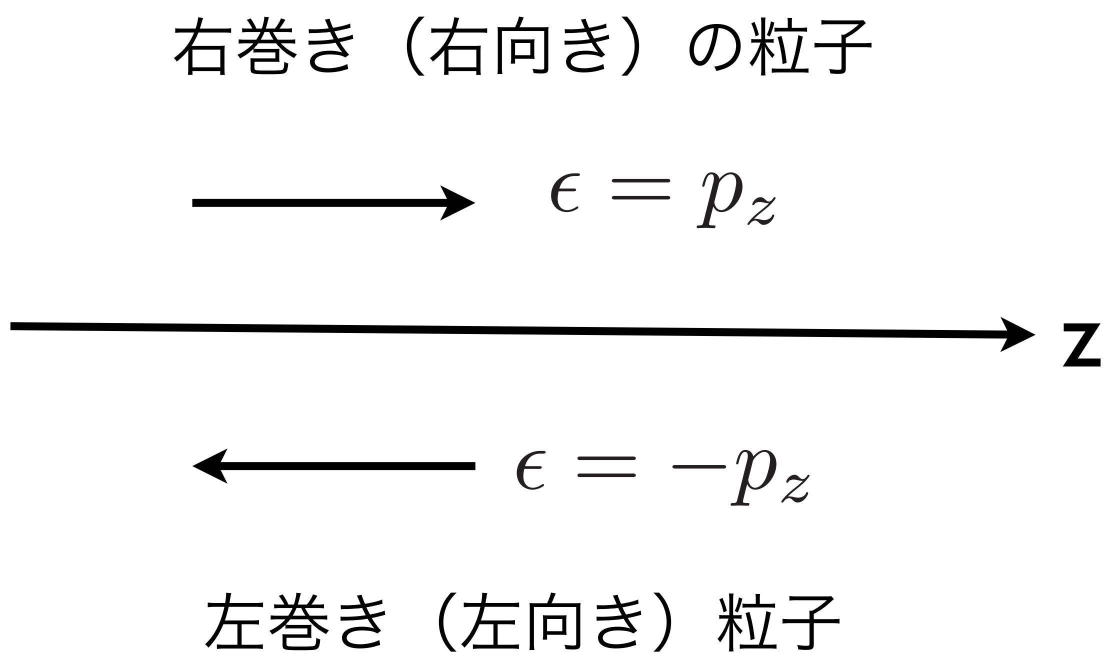


$$\partial_\mu j^{\mu 5} = \frac{1}{2\pi^2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B}$$

$$j^{\mu 5} \equiv j^\mu_{\mathrm{R}} - j^\mu_{\mathrm{L}}$$

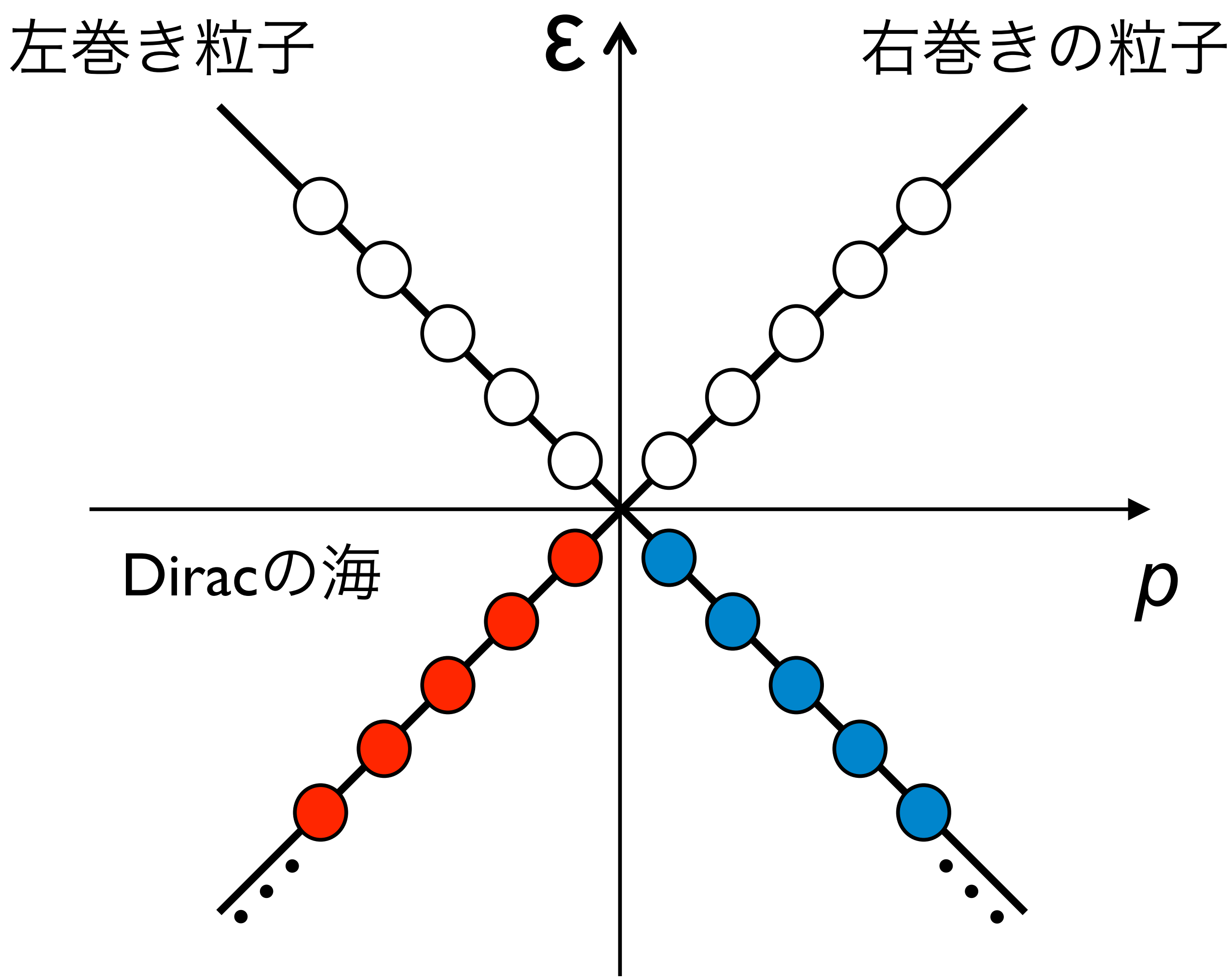
e.g., Peskin & Schroeder "An Introduction to Quantum Field Theory," Chapter 19

1+1次元の相対論的な系

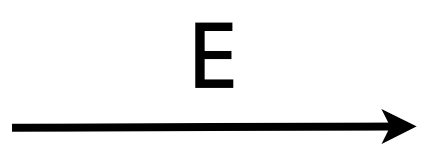


- 古典的には、右巻き・左巻き粒子数はそれぞれ保存
- 量子的には、必ずしもそうではない：カイラル量子異常

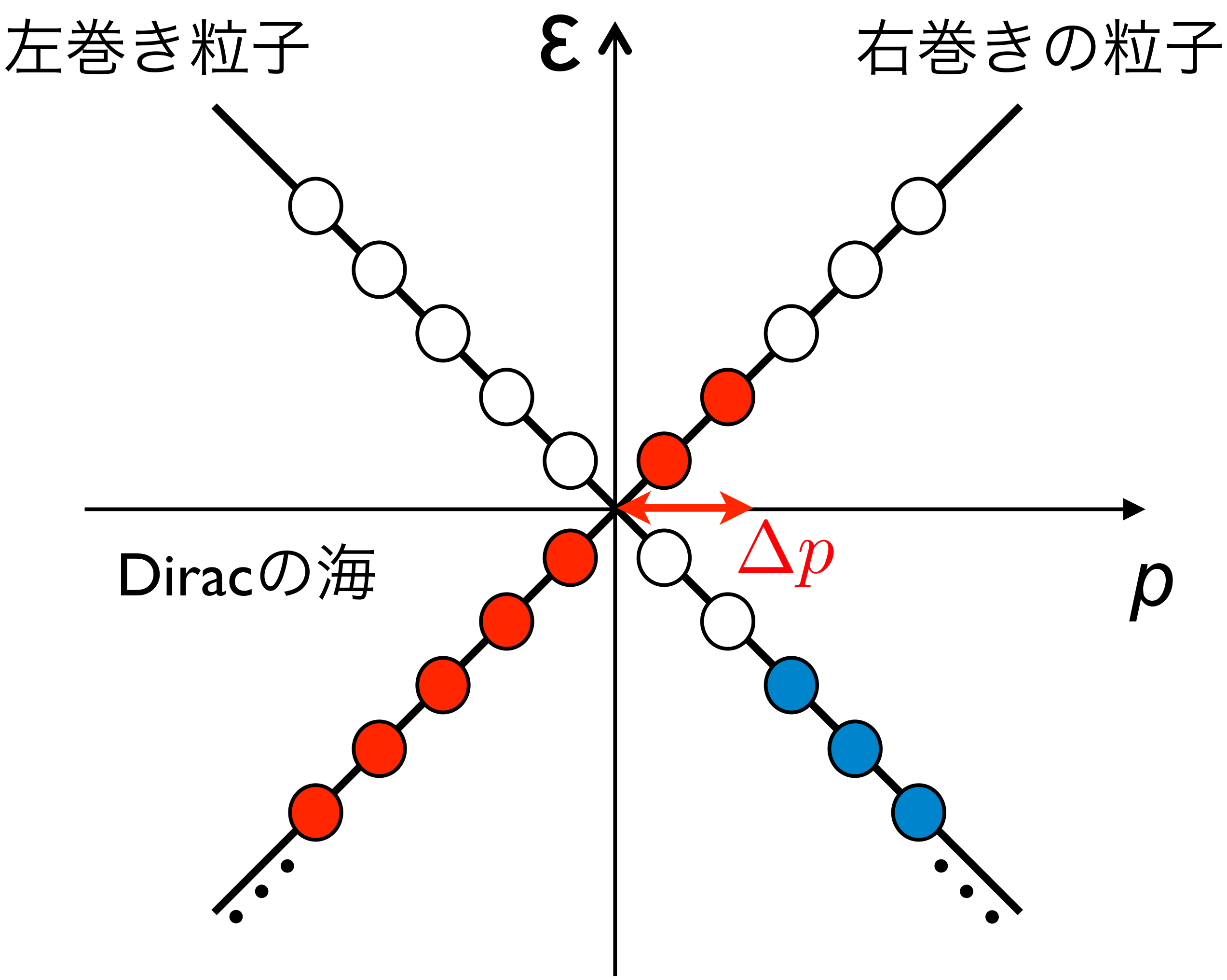
1+1次元のカイラル量子異常



1+1次元のカイラル量子異常

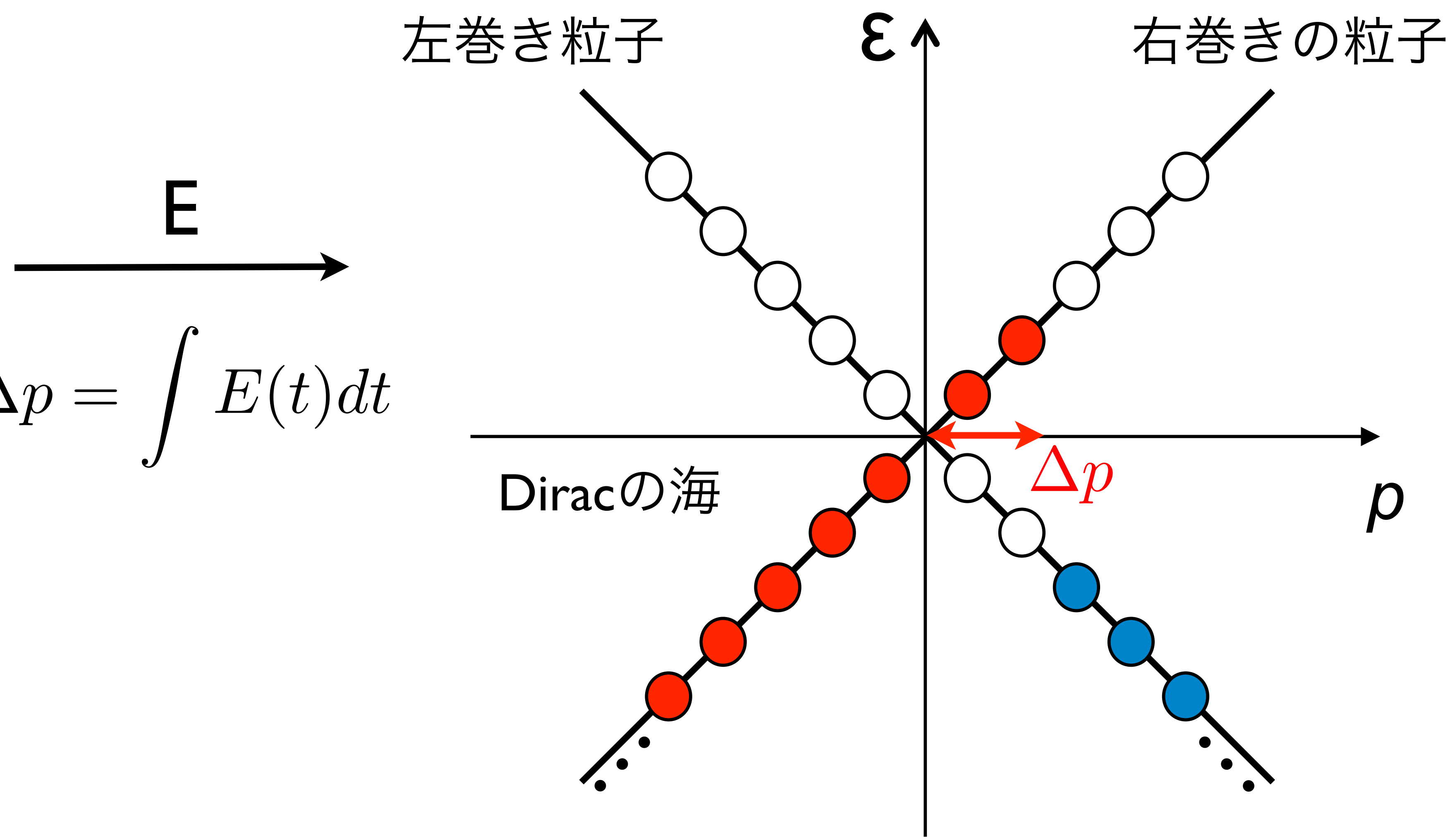


$$\Delta p = \int E(t)dt$$



$$\Delta Q \equiv \Delta Q_{\mathrm{R}} + \Delta Q_{\mathrm{L}} = 0$$

1+1次元のカイラル量子異常

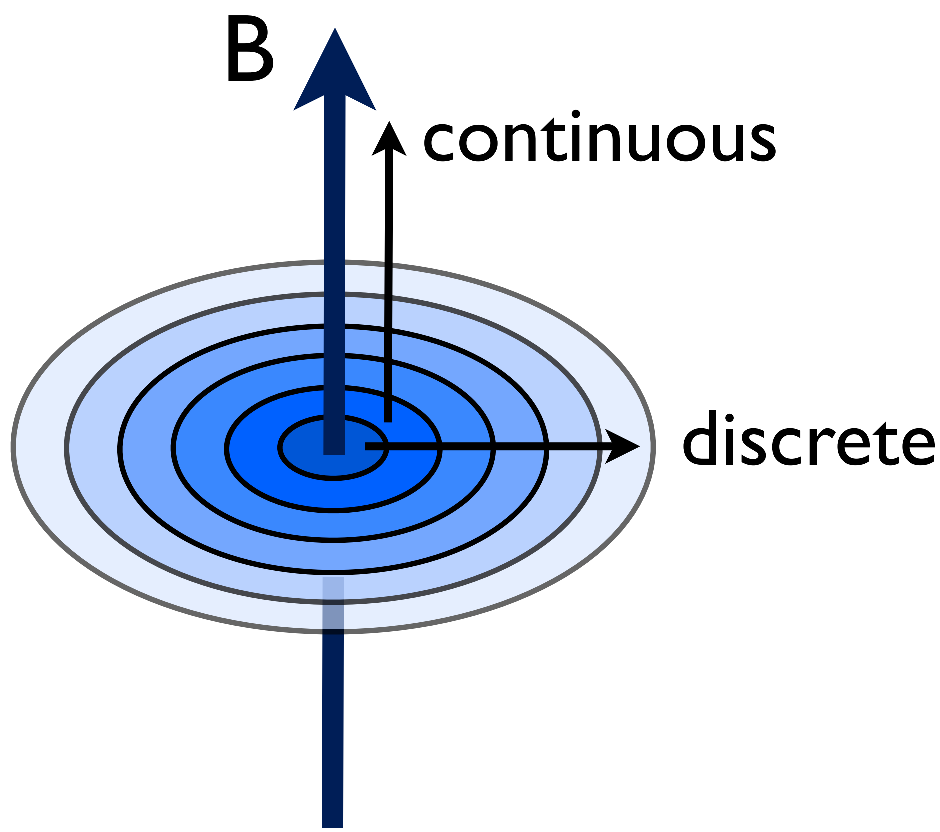


$$\Delta p = \int E(t) dt$$

$$\Delta Q_5 \equiv Q_{\mathrm{R}} - Q_{\mathrm{L}} = \frac{1}{\pi} \int E(t) \mathrm{d}t \mathrm{d}z$$

相対論的量子効果

3+1次元のカイラル量子異常



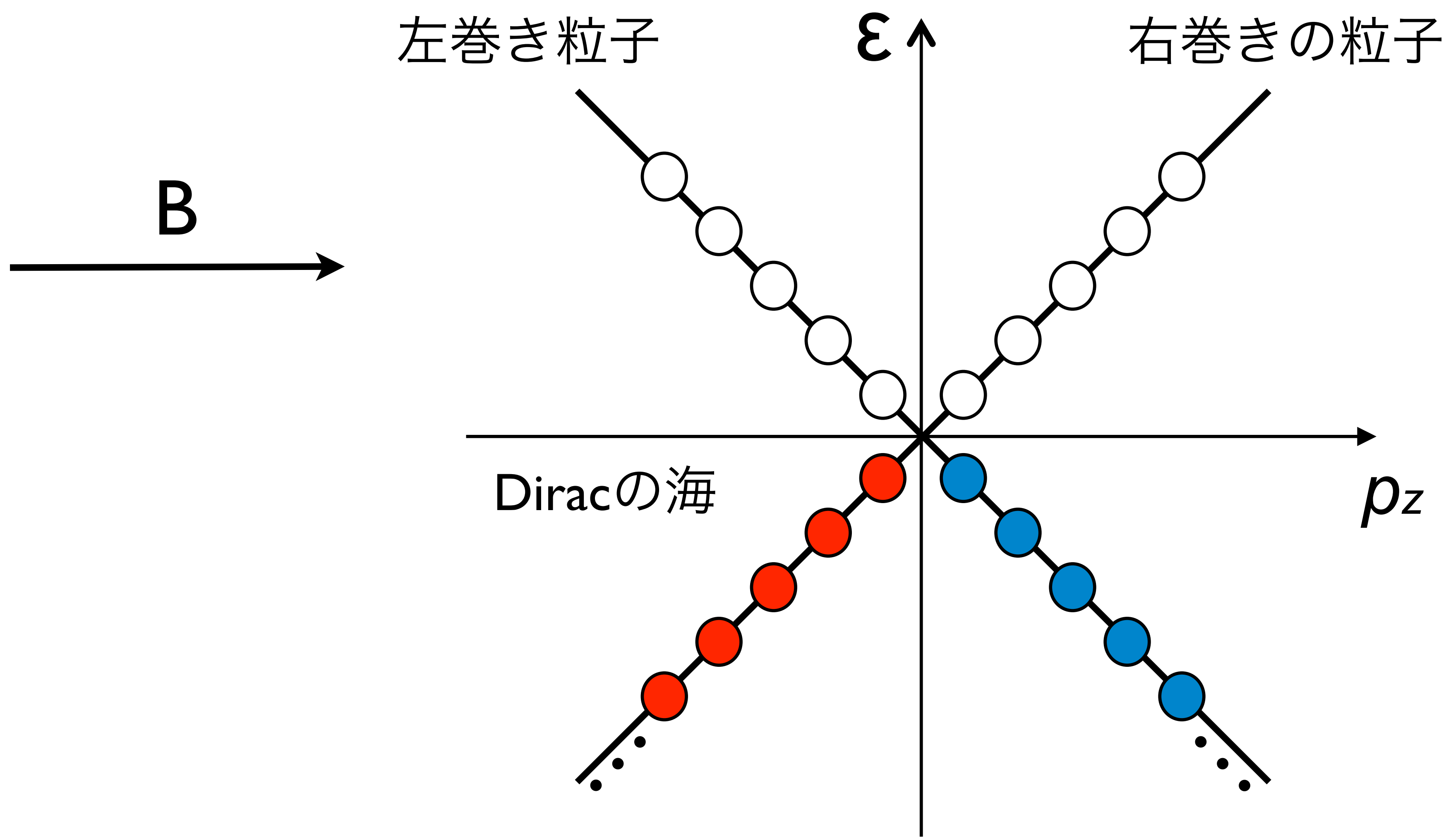
- 磁場によってLandau準位ができる

Zeeman効果

$$E_n^2 = p_z^2 + (2n+1)B \pm B \qquad (n = 0, 1, 2, \cdots)$$

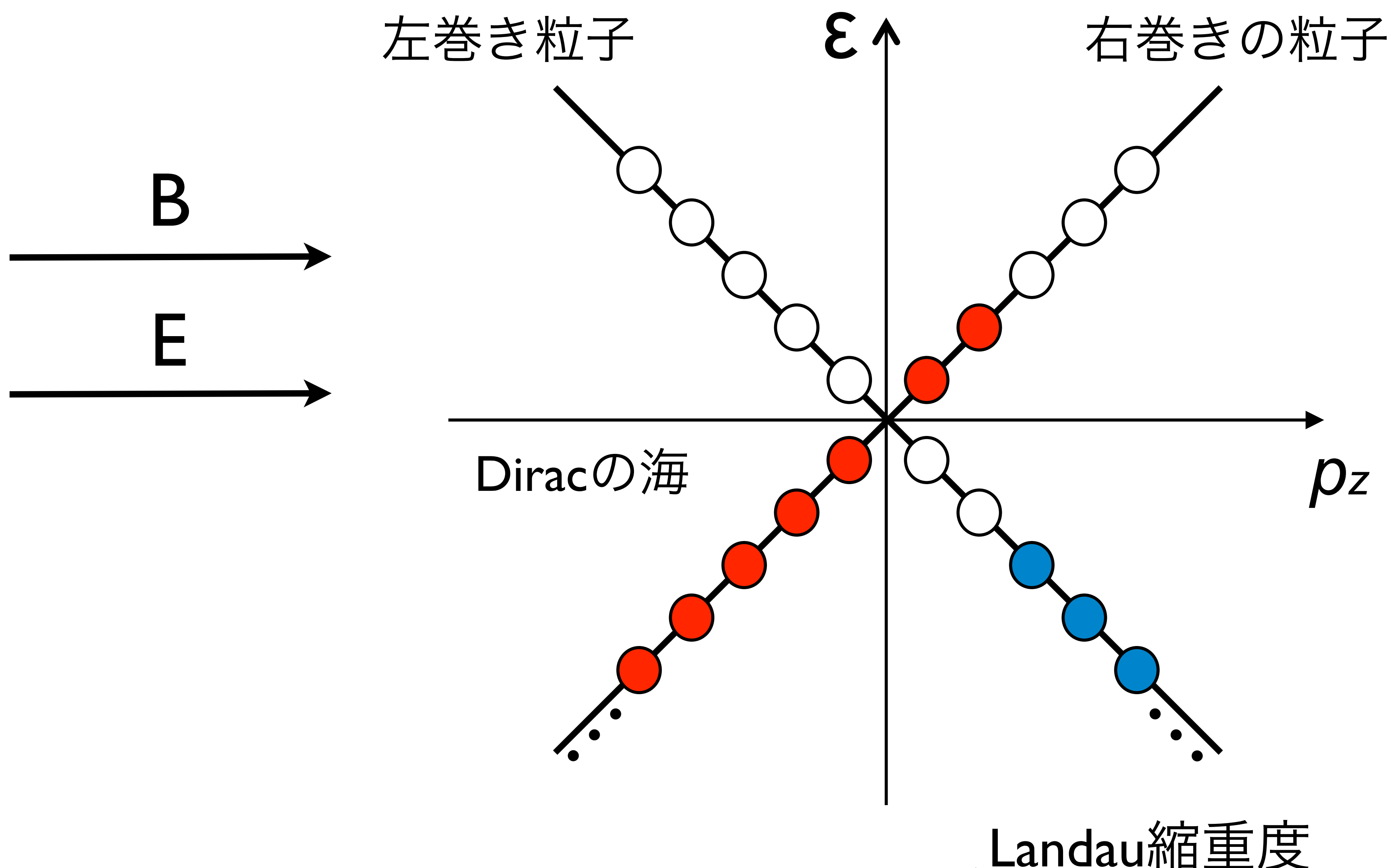
- 最低Landau準位 : 1+1次元のカイラル粒子

3+1次元のカイラル量子異常



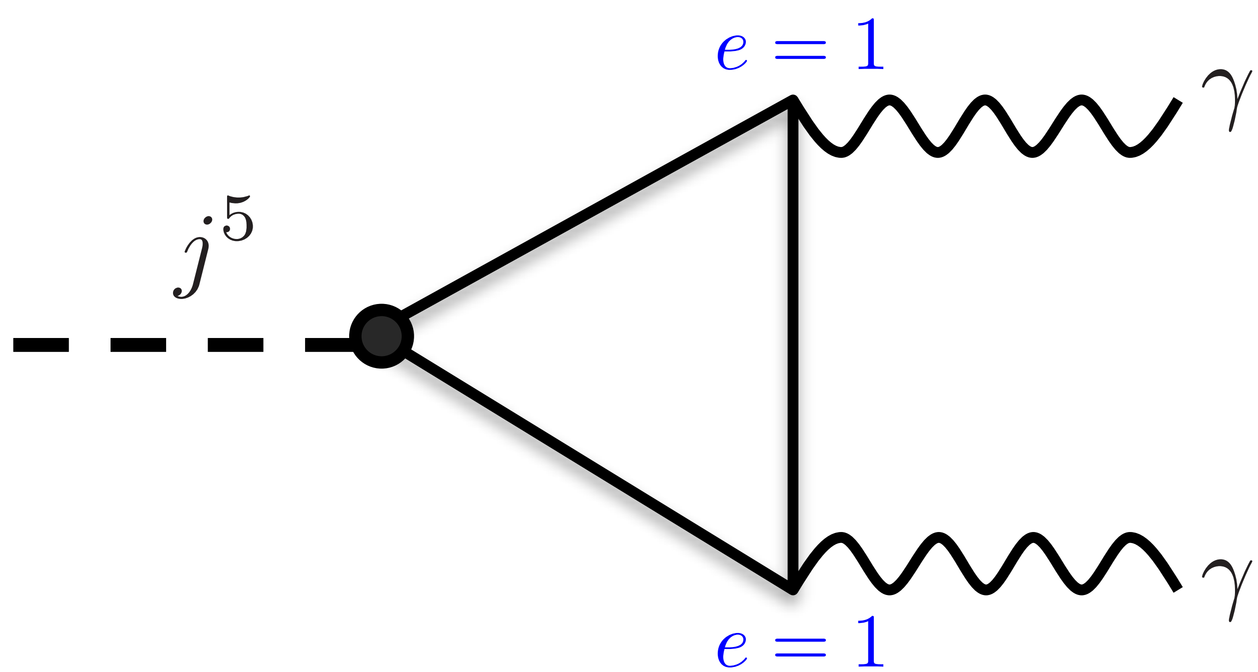
最低Landau準位のカイラル粒子

3+1次元のカイラル量子異常



$$\Delta Q_5 = \int \frac{E}{\pi} \mathrm{d}t\mathrm{d}z \int \frac{B}{2\pi} \mathrm{d}x\mathrm{d}y = \frac{1}{2\pi^2} \int \mathrm{d}^4x \; EB$$

QED anomaly



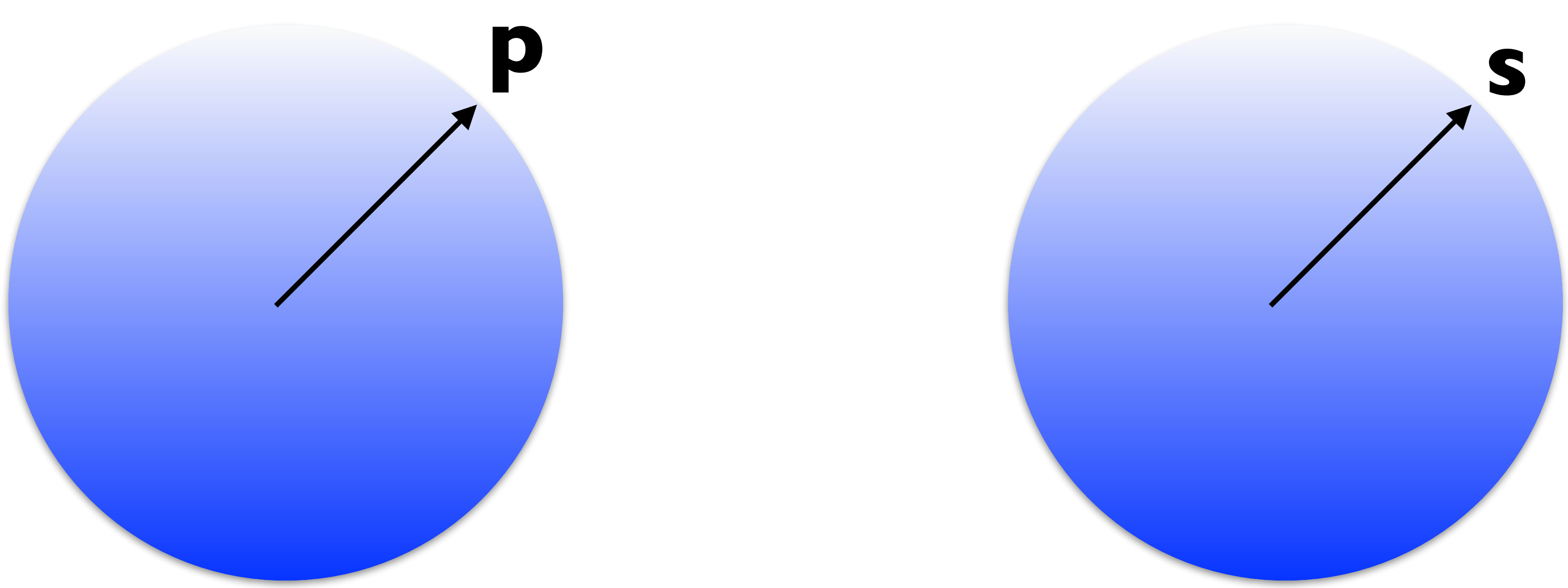
$$\partial_\mu j^{\mu 5} = \frac{1}{2\pi^2} \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{B}$$

$$j^{\mu 5} \equiv j^\mu_{\mathrm{R}} - j^\mu_{\mathrm{L}}$$

e.g., Peskin & Schroeder "An Introduction to Quantum Field Theory," Chapter 19

カイラリティとトポロジー

右巻きフェルミオン

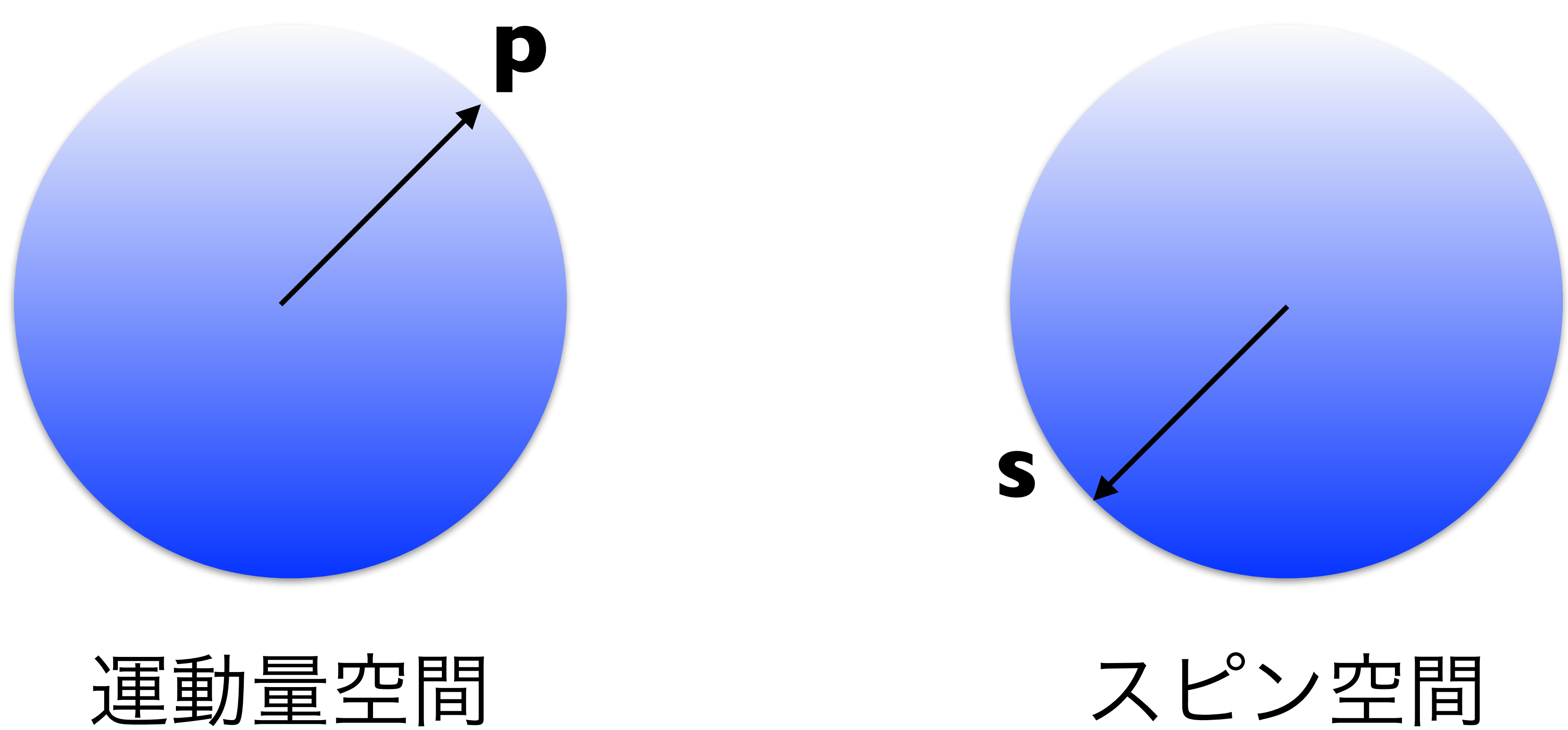


運動量空間　　スピン空間

S^2 (運動量空間) から S^2 (スピン空間) への mapping : 巻き数 +1

カイラリティとトポロジー

左巻きフェルミオン



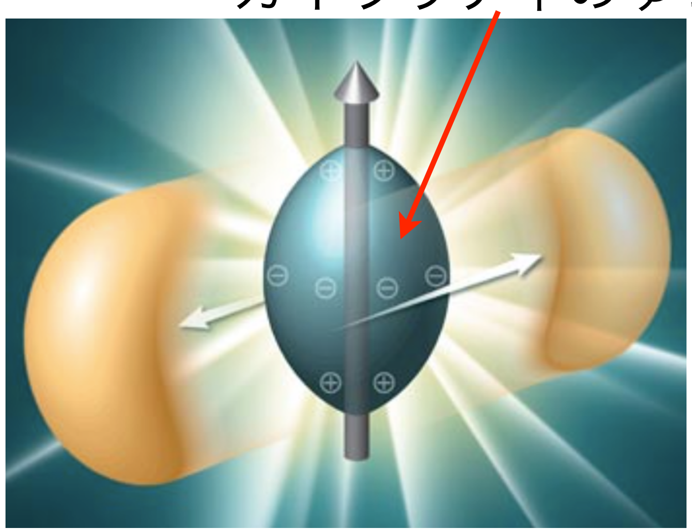
S^2 (運動量空間) から S^2 (スピン空間) への mapping : 巻き数 −1

カイラル物質 = 3次元のトポロジカル物質

カイラル物質

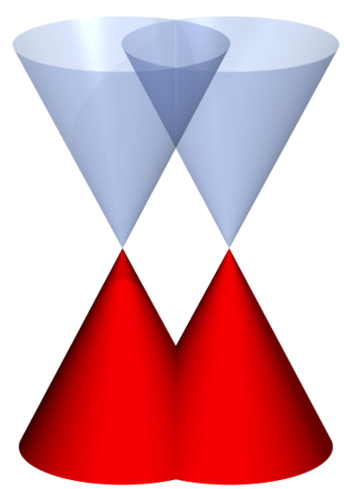
- 初期宇宙における電弱プラズマ　Joyce, Shaposhnikov (1997), …
- 重イオン衝突におけるQGP　Fukushima, Kharzeev, Warringa (2008), …
- Weyl半金属　Nielsen, Ninomiya (1983), …
- 超新星におけるニュートリノ物質　Yamamoto (2016), …

カイラリティのゆらぎ



Quark-Gluon Plasma

http://www0.bnl.gov/rhic/news2/



Weyl 半金属

超新星爆発

カイラル輸送現象と有効理論

量子異常・カイラル輸送現象はエネルギースケールに依らない

ミクロ　　　　　　　　　　　　　　　　マクロ

場の量子論 ⟶ 運動論 ⟶ 流体力学

(QED, QCD, …)　　(Boltzmann方程式)

カイラル量子異常　　　　　カイラル量子異常？

カイラル輸送現象　　　　　カイラル輸送現象？

カイラル輸送現象と有効理論

量子異常・カイラル輸送現象はエネルギースケールに依らない

ミクロ　　　　　　　　　　　　　　　　　マクロ

場の量子論 ⟶ カイラル運動論 ⟶ カイラル流体力学

(QED, QCD, …)　　(Boltzmann方程式)

Son, Yamamoto (2012),
Stephanov, Yin (2012),
Chen et al. (2013), …

Son, Surowka (2009),
Sadofyev, Isachenkov (2011),
Neiman, Oz (2011), …

QGPだけでなく、物性・宇宙物理にも応用されている

QGPにおける
カイラル輸送現象

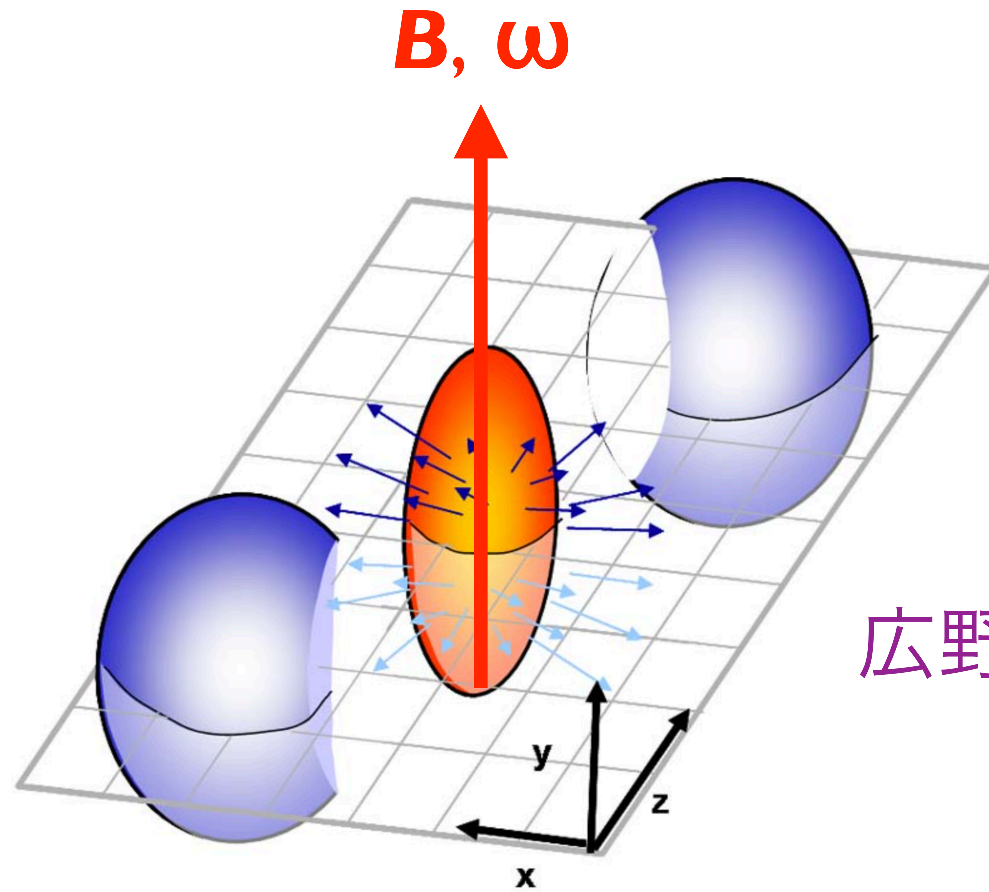
CME, CVE, CSEの条件

CME/CVE

$$\boldsymbol{j}_{\mathrm{e}} = \frac{\mu_5}{2\pi^2}(\boldsymbol{B} + 2\mu\boldsymbol{\omega})$$

CSE

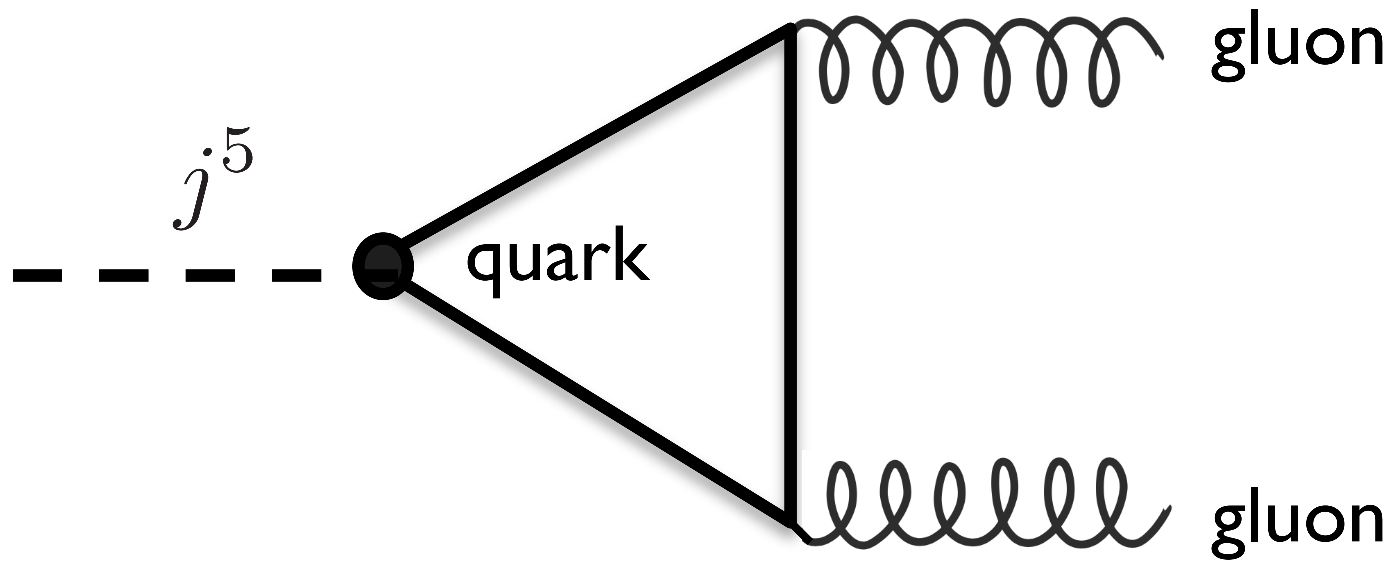
$$\boldsymbol{j}_5 = \frac{\mu}{2\pi^2}\boldsymbol{B} + \left(\frac{\mu^2}{2\pi^2} + \frac{T^2}{6}\right)\boldsymbol{\omega}$$



広野さん・新井田さんの
講演参照

μ₅ の生成機構？

QCD anomaly



$$\partial_\mu j^{\mu 5} = \frac{N_{\mathrm{f}}}{4\pi^2} \boldsymbol{E}^a \cdot \boldsymbol{B}^a$$

- カイラル電荷 n_5 を動的に生成（局所的パリティの破れ）Kharzeev (2006)
- $n_5 \neq$ 流体力学変数（μ_5 を定義できず）→ グルーオンも考えるべし

Chiral separation effect

$$\boxed{\boldsymbol{j}_5 = \frac{\mu}{2\pi^2}\boldsymbol{B} + \left(\frac{\mu^2}{2\pi^2} + \frac{T^2}{6}\right)\boldsymbol{\omega}}$$

（カラー・フレーバー・クォーク質量は無視）

μ_5 は不要

QCD chiral separation effect

$$\boldsymbol{j}_5 = N_\mathrm{c}\mathrm{tr}[Q]\frac{\mu}{2\pi^2}\boldsymbol{B} + N_\mathrm{c}N_\mathrm{f}\left(\frac{\mu^2}{2\pi^2}+\frac{T^2}{6}\right)\boldsymbol{\omega}$$

（クォーク質量は無視）

- N_f = 2: $N_\mathrm{c}\mathrm{tr}[Q] = 3\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\right) = 1$
- N_f = 3: $N_\mathrm{c}\mathrm{tr}[Q] = 3\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\right) = 0$

重イオン衝突で実験的に観測できるか？

新井田さんの講演参照

よくある誤解

$$\text{CME, CVE, CSE の観測} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{クォークの非閉じ込め} \\ \text{カイラル対称性の回復} \end{array} \right. \text{の証拠}$$

よくある誤解

CME, CVE, CSE の観測 → {
~~クォークの非閉じ込め~~
~~カイラル対称性の回復~~
の証拠

カイラル量子異常・カイラル輸送現象はトポロジカル現象なので
対称性の破れ・回復、閉じ込め・非閉じ込めに依らない

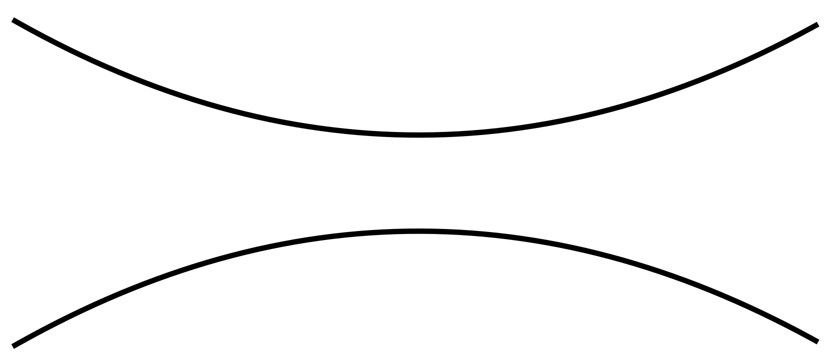
物性・宇宙物理
への展開

Weyl 半金属

(Weyl semi-metal)

バンド構造とWeyl半金属

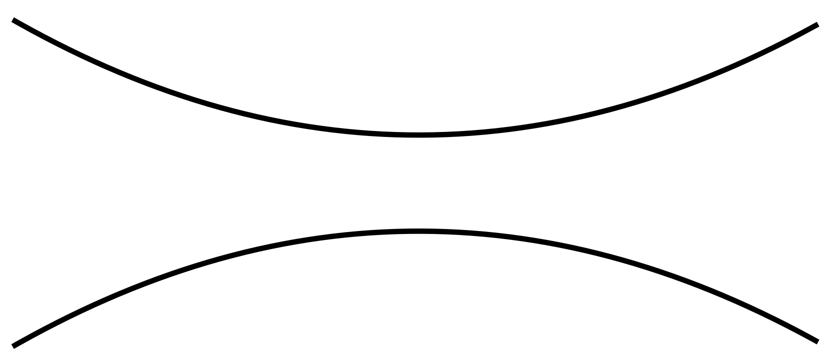
***p*-空間**



準位反発

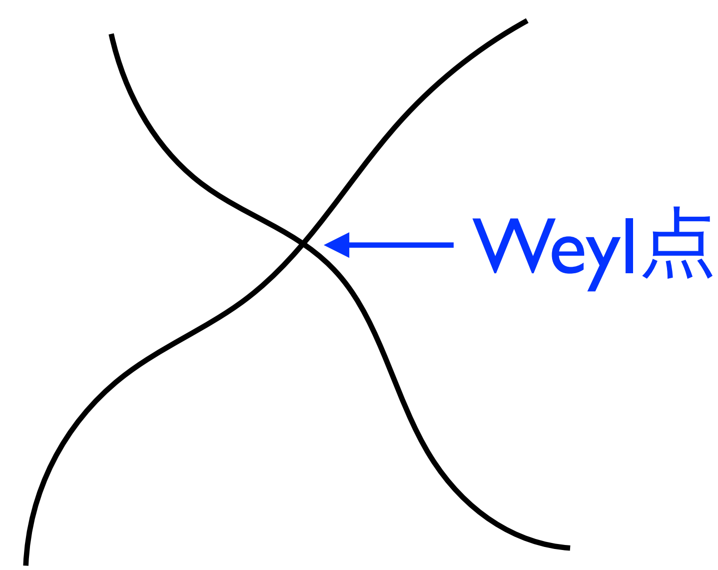
バンド構造とWeyl半金属

$\boldsymbol{p}$-空間



準位反発

(p_x, p_y, p_z) 空間

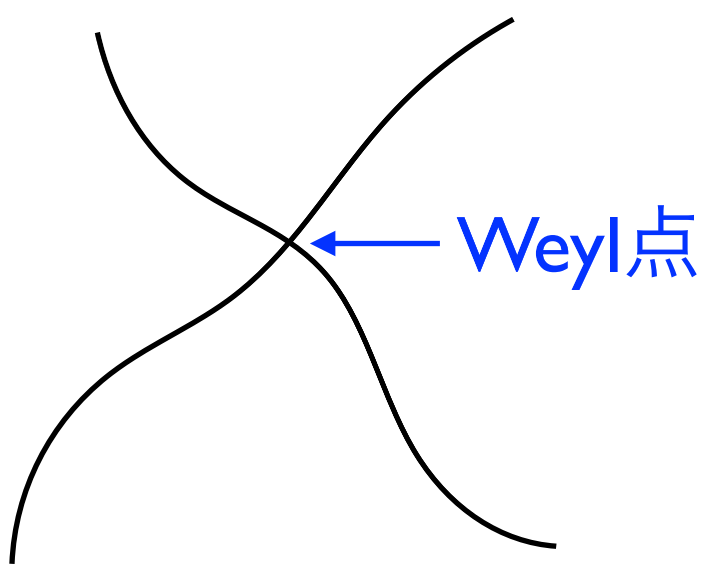


準位交差

Weyl半金属

バンド構造とWeyl半金属

(p_x, p_y, p_z) 空間



準位交差

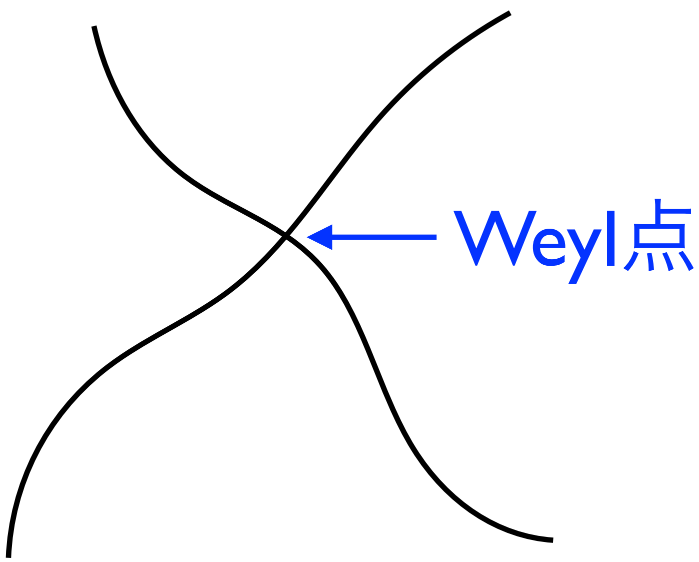
Weyl半金属

- Weyl点近傍では

$$H(\boldsymbol{p}) = \alpha_0(\boldsymbol{p}) I_{2\times 2} + \alpha_i(\boldsymbol{p})\sigma^i$$

バンド構造とWeyl半金属

(p_x, p_y, p_z) 空間



準位交差

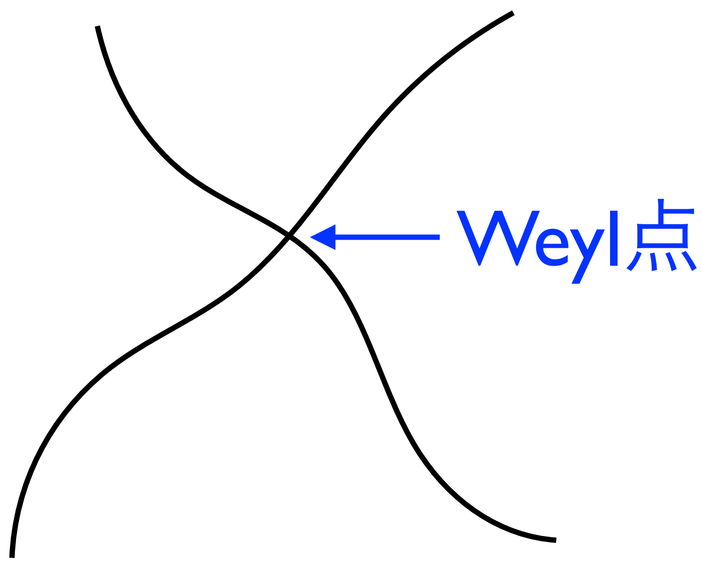
Weyl半金属

- Weyl点近傍では

$$H(\boldsymbol{p}) = \underbrace{\alpha_0(\boldsymbol{p})}_{E_0 + \boldsymbol{v}_0 \cdot \boldsymbol{p}} I_{2\times 2} + \underbrace{\alpha_i(\boldsymbol{p})}_{v_{ij} p_j} \sigma^i$$

バンド構造とWeyl半金属

(p_x, p_y, p_z) 空間



準位交差

Weyl半金属

- Weyl点近傍では

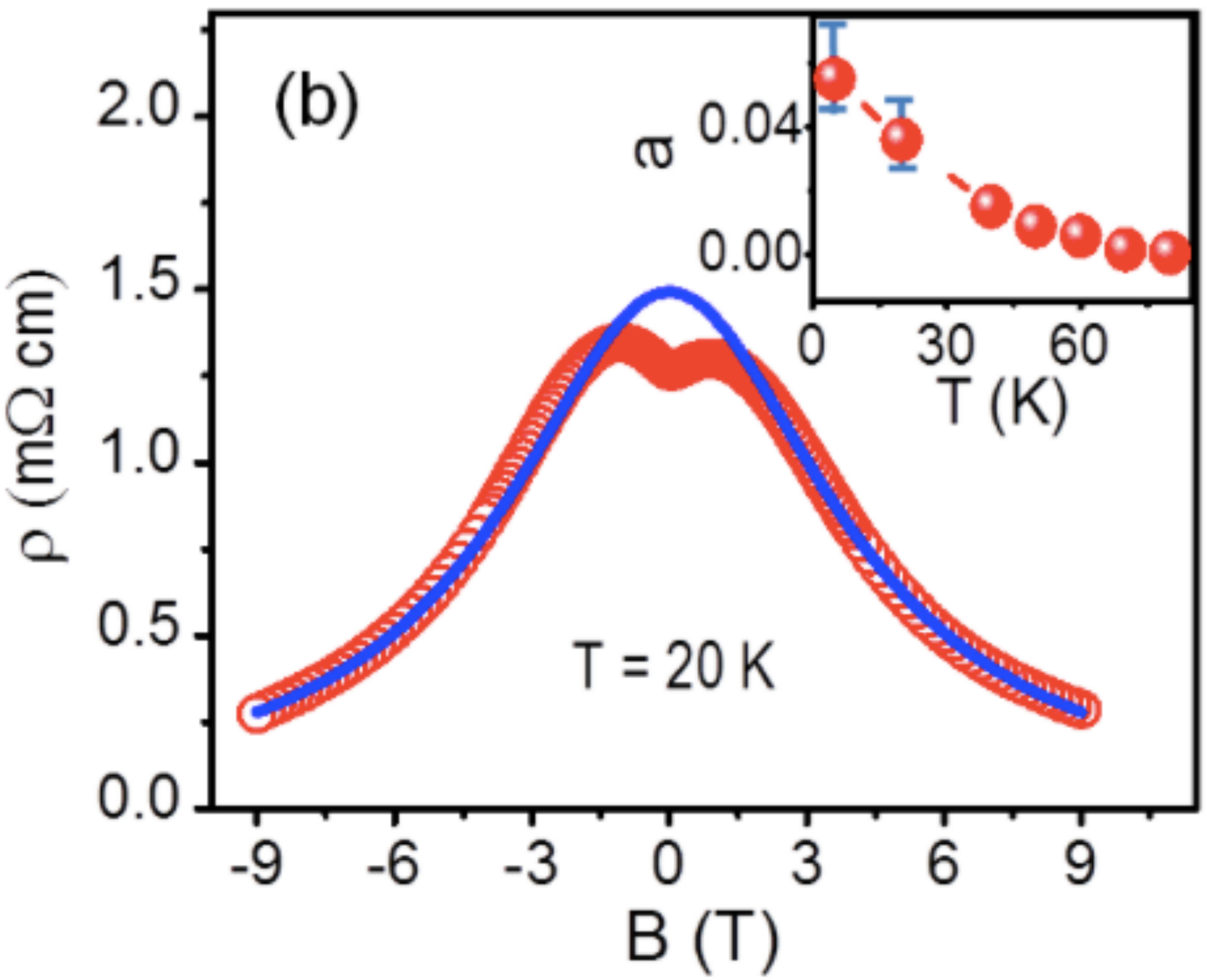
$$H(\boldsymbol{p}) = \underbrace{\alpha_0(\boldsymbol{p})}_{E_0 + \boldsymbol{v}_0 \cdot \boldsymbol{p}} I_{2\times 2} + \underbrace{\alpha_i(\boldsymbol{p})}_{v_{ij} p_j} \sigma^i$$

$$\xrightarrow[\substack{\boldsymbol{v}_0 = \boldsymbol{0} \\ v_{ij} = \pm v_{\mathrm{F}} \delta_{ij}}]{} E_0 \pm v_{\mathrm{F}} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{p}$$

Weyl fermion (chiral fermion) が創発

Negative magneto-resistance

$ZrTe_5$



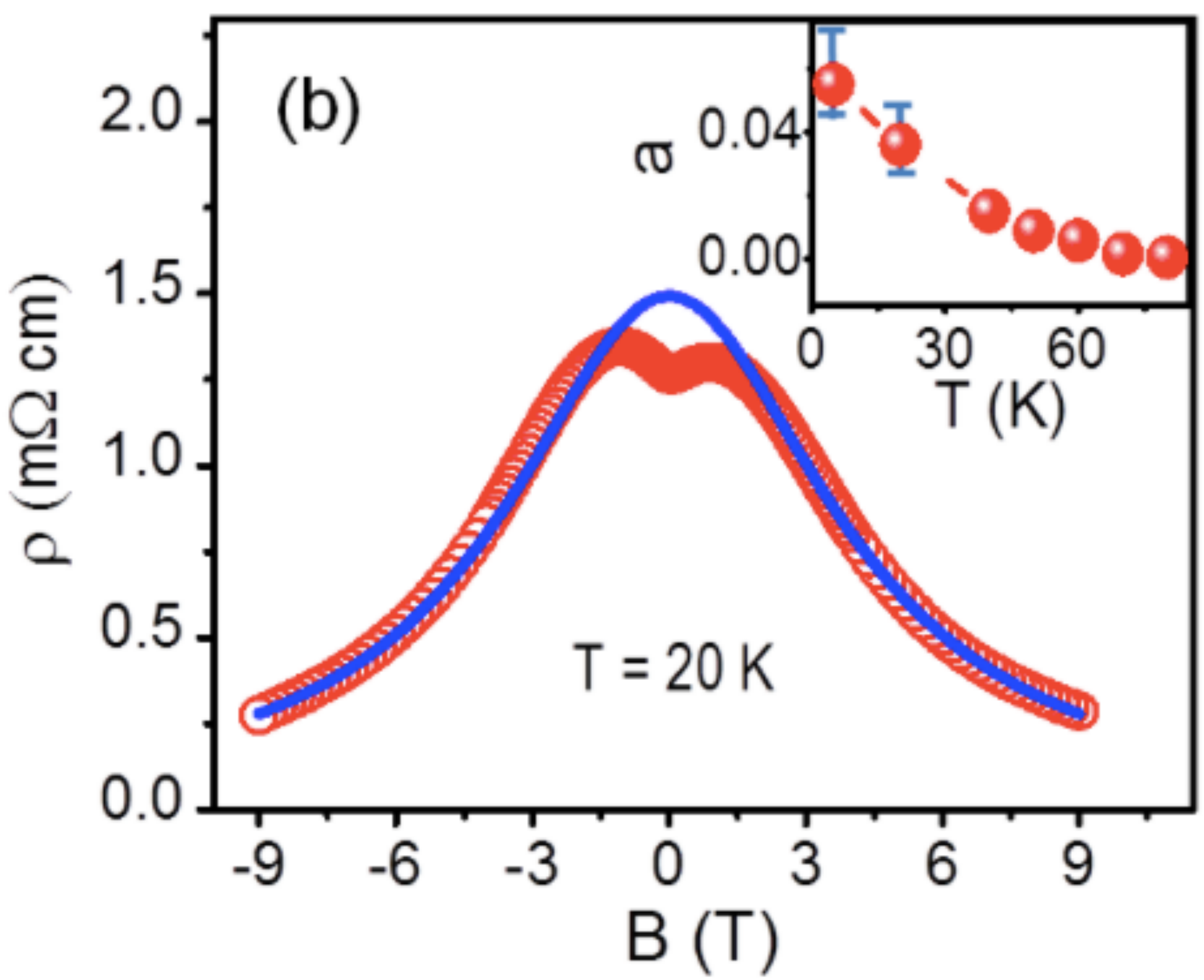
Q. Li *et al*. [arXiv:1412.6543];
J. Xiong *et al*. [arXiv:1503.08179]

$$\frac{\partial n_5}{\partial t} = \frac{1}{2\pi^2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B} - \frac{n_5}{\tau}$$

定常状態： $n_5 = \dfrac{\tau}{2\pi^2}EB$

Negative magneto-resistance

ZrTe$_5$



Q. Li *et al.* [arXiv:1412.6543];
J. Xiong *et al.* [arXiv:1503.08179]

$$\frac{\partial n_5}{\partial t} = \frac{1}{2\pi^2}\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{B} - \frac{n_5}{\tau}$$

定常状態： $n_5 = \dfrac{\tau}{2\pi^2}EB$

$$j_{\mathrm{CME}} = \frac{\mu_5}{2\pi^2}B = \underbrace{\boxed{\frac{\tau}{4\pi^4\chi}B^2}}_{\sigma_{\mathrm{CME}}}E$$

$$\rho(B) \equiv \frac{1}{\sigma_{\mathrm{Ohm}} + \sigma_{\mathrm{CME}}} = \frac{1}{\# + \#B^2}$$

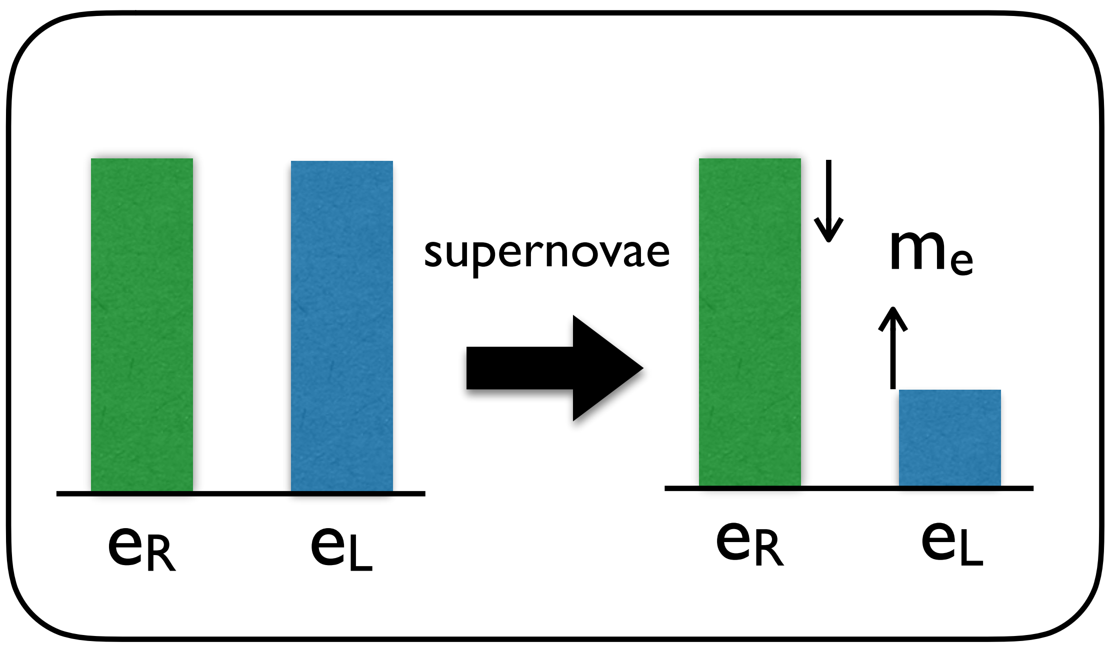
Son, Spivak (2013)

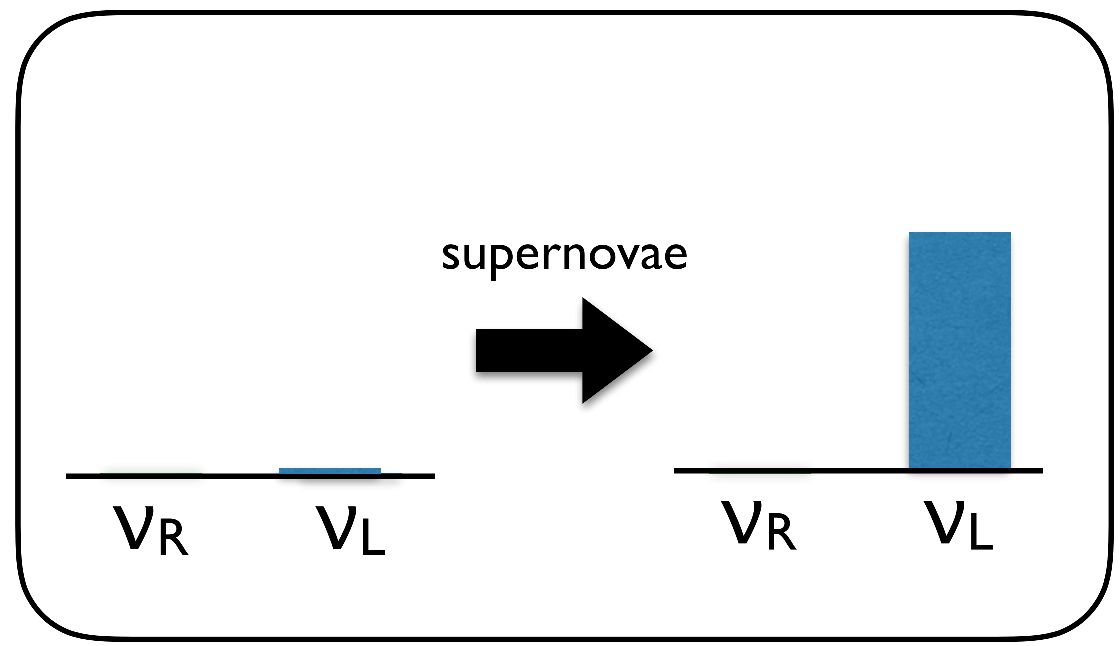
量子異常とCMEの帰結

重力崩壊型
超新星爆発

超新星 = Giant Parity Breaker

$$p + e^{\mathrm{L}} \rightarrow n + \nu_e^{\mathrm{L}}$$





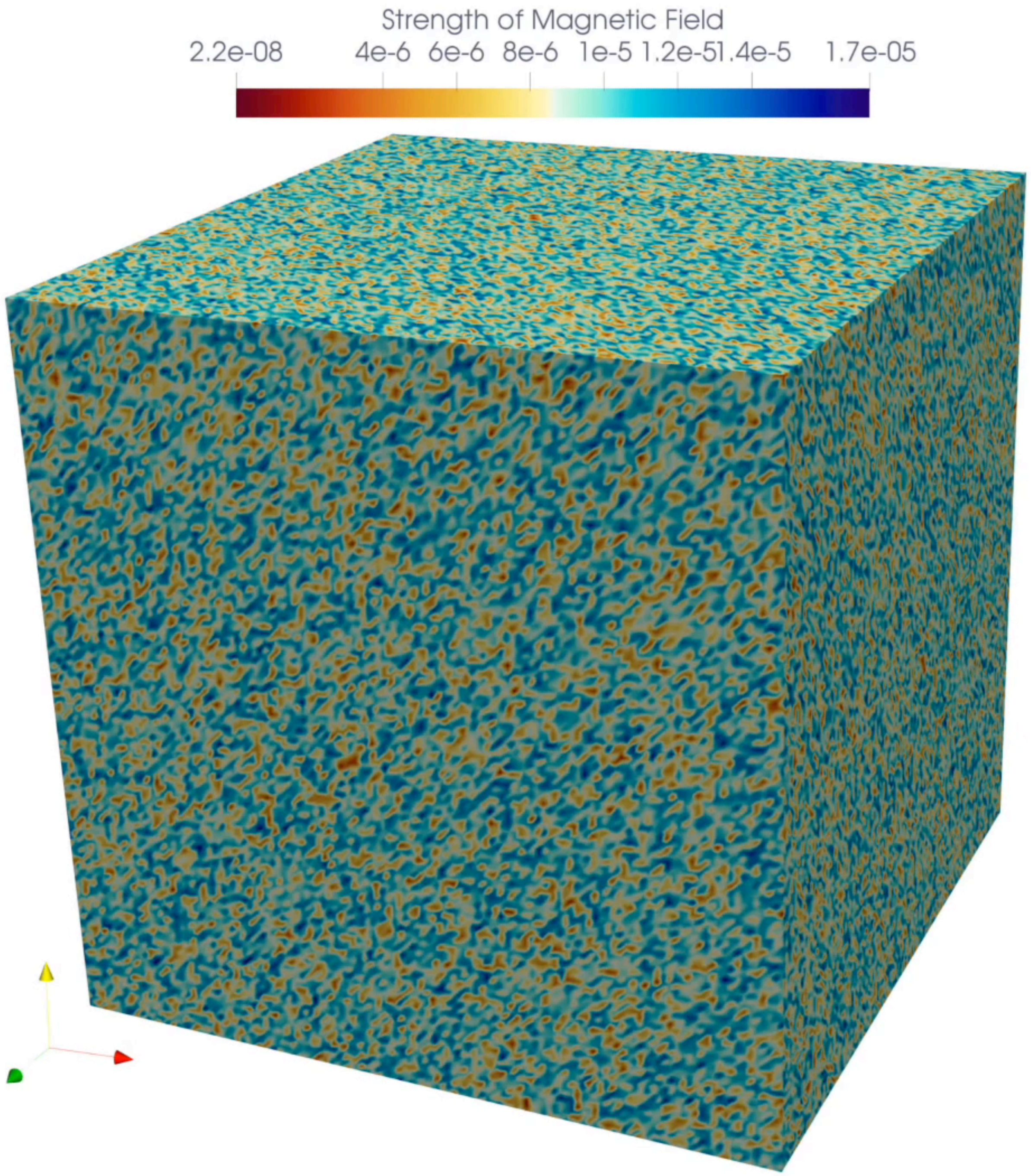
Ohnishi, Yamamoto (2014); Grabowska, Kaplan, Reddy (2015); Sigl, Leite (2016), …

大域的なパリティの破れ → マクロな流体の時間発展を劇的に修正

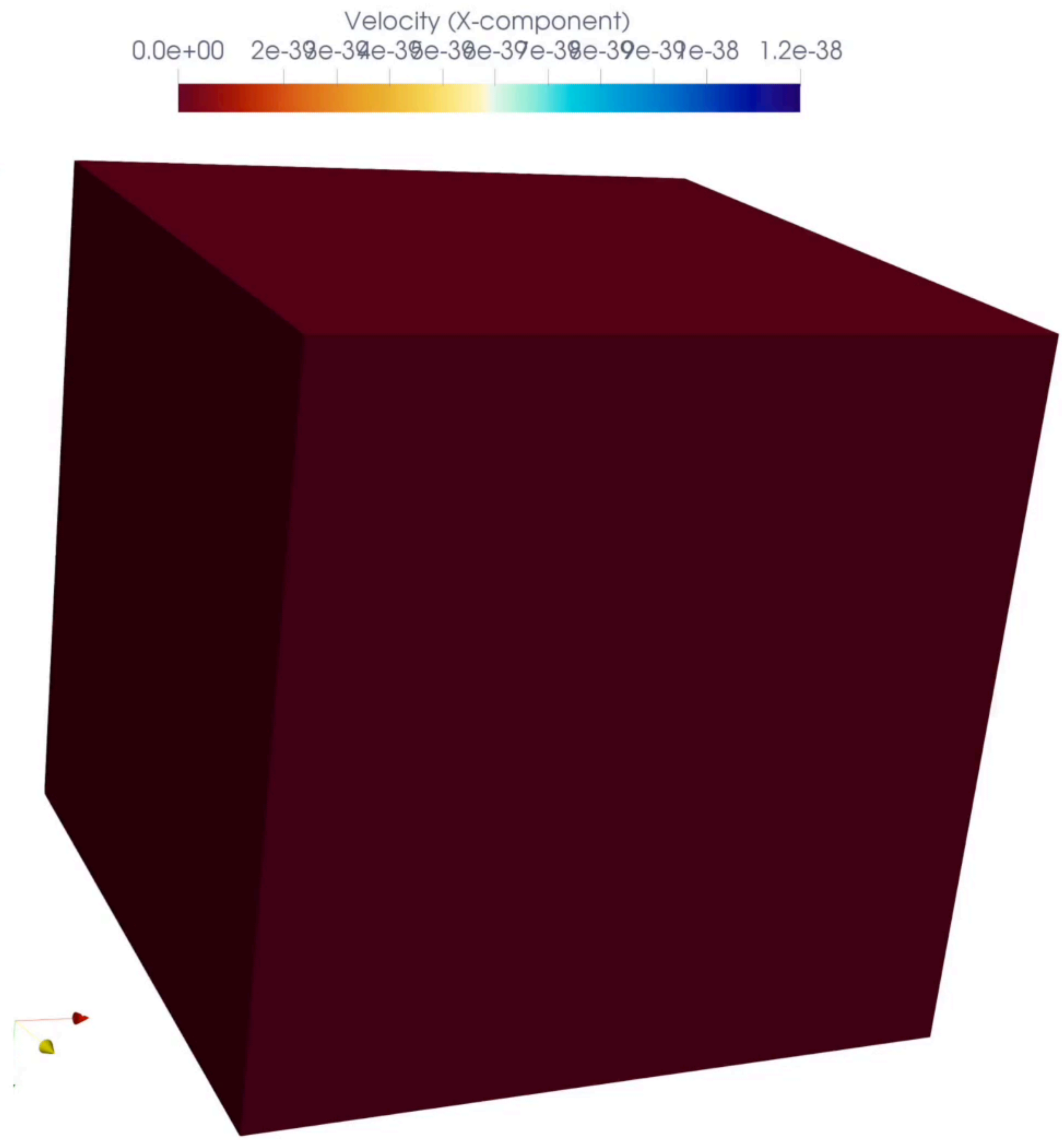
カイラル電磁流体の乱流

Masada, Kotake, Takiwaki, Yamamoto, 1805.10419

磁場の大きさ



流速 v_x



逆カスケード → 超新星での重要性を示唆

まとめ

カイラル輸送現象の普遍性