

# 初期・カラーガラス凝縮

藤井宏次

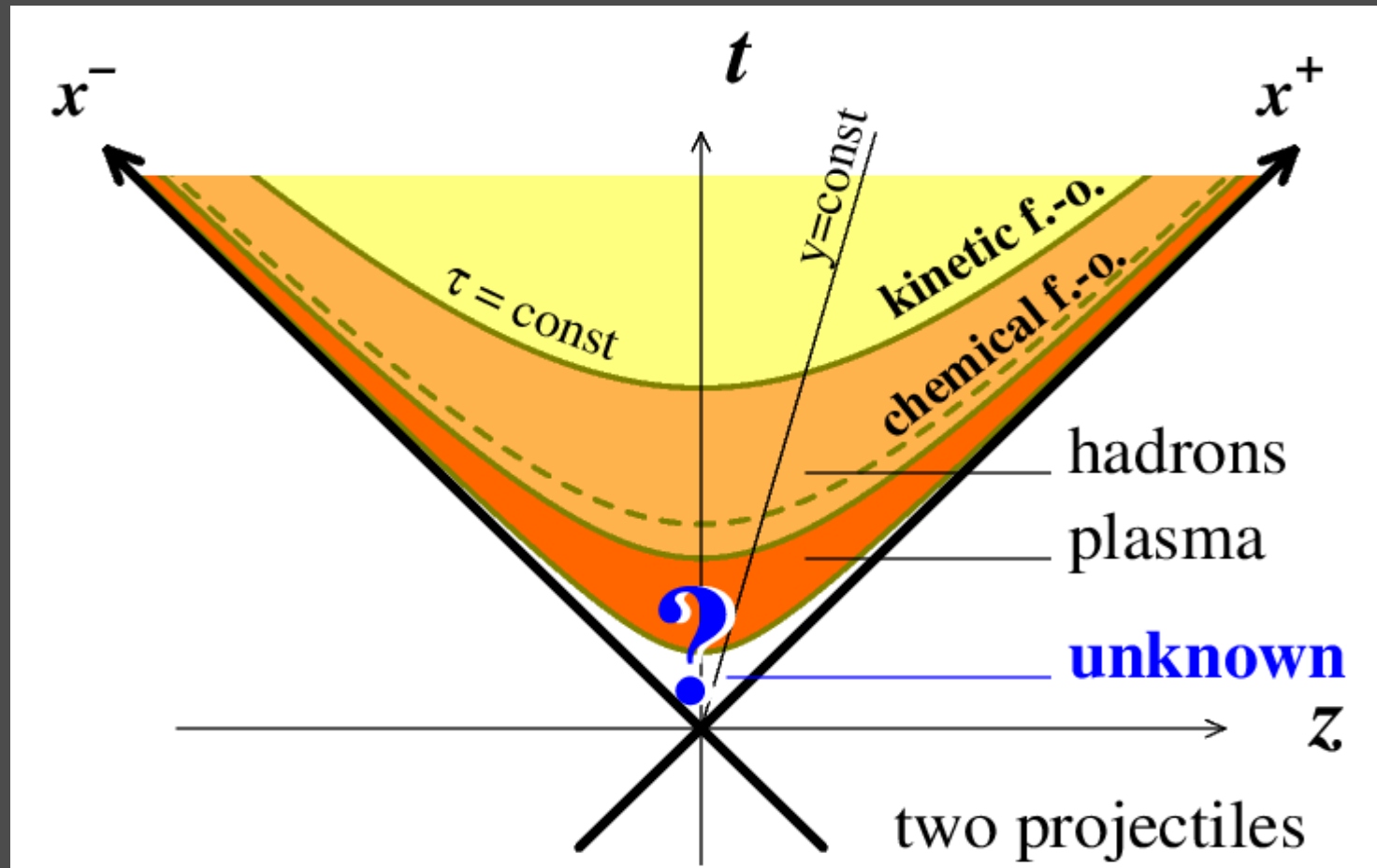
(東京大学・総合文化)

理研 チュートリアル研究会 2019/8/20

# あらすじ

- small-x グルーオンとCGC
- 衝突直後のCGC：グラスマ

# 重イオン衝突の時空描像 ( $\sim \# 10 \text{ fm}/c$ )



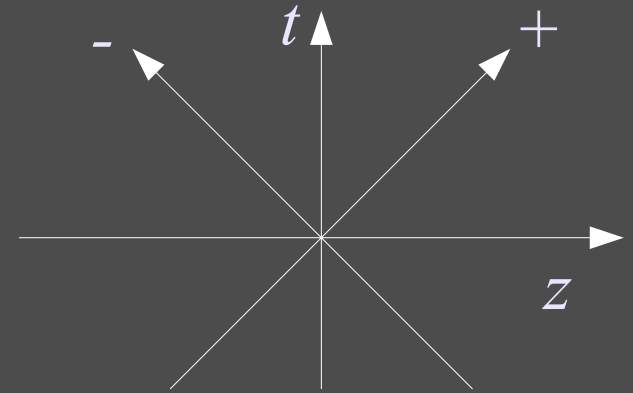
初期条件の設定・理解が不可欠

# 光円錐座標

$$x^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(t+z) \quad , \quad x^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(t-z)$$

$$x = (x^+, x^-, x_\perp)$$

$$a \cdot b = a^+ b^- + a^- b^+ - a_\perp b_\perp$$



$$k^2 = 2 k^+ k^- - k_\perp^2 \quad (= m^2)$$

$$k^- = \frac{k_\perp^2 + m^2}{2 k^+}$$

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{k^0 + k^3}{k^0 - k^3} = \frac{1}{2} \ln \frac{(k^0 + k^3)^2}{m_T^2} = \frac{1}{2} \ln \frac{2 k^{+2}}{m_T^2}$$

$$k^\pm = \frac{m_T}{\sqrt{2}} e^{\pm y}$$

$$k^\mu = (k^+, k^-, k_\perp) = \left( \frac{m_T}{\sqrt{2}} e^y, \frac{m_T}{\sqrt{2}} e^{-y}, k_\perp \right)$$

# 初期条件 = small-x partons

- 散乱するパートンの縦運動量の割合  $x_1, x_2$

$$P^+ = P^- = \sqrt{s}/2$$

$$k_1 = (x_1 P^+, 0, k_{1\perp})$$

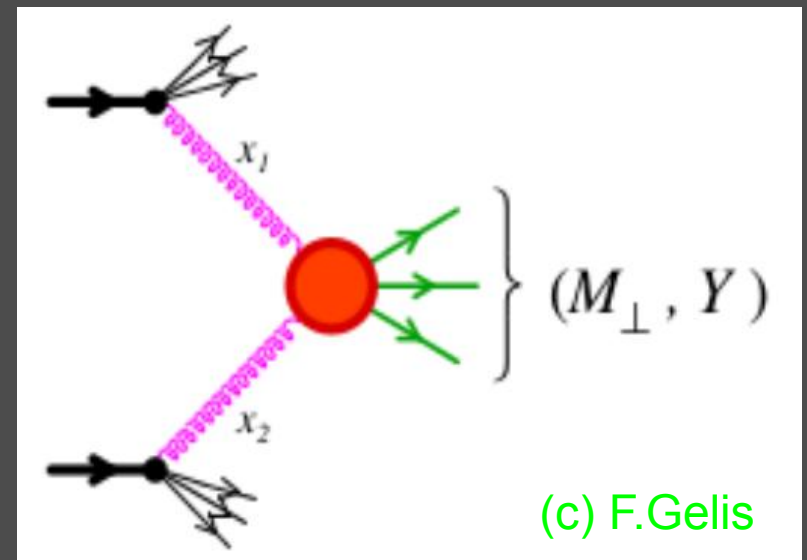
$$k_2 = (0, x_2 P^-, k_{2\perp})$$

$$k = \left( \frac{M_\perp}{\sqrt{2}} e^y, \frac{M_\perp}{\sqrt{2}} e^{-y}, k_\perp \right)$$

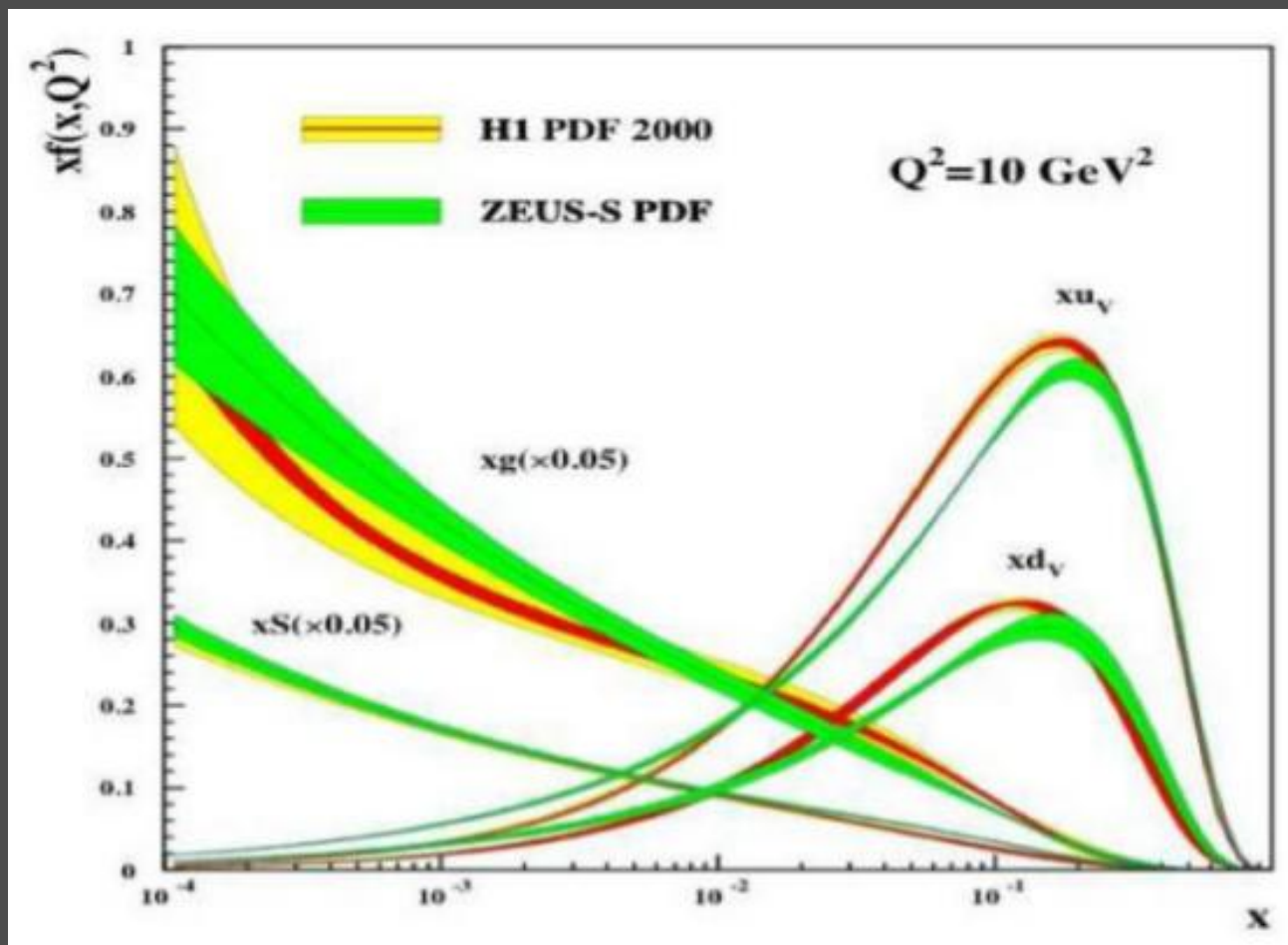
- $x_{1,2} = \frac{M_\perp}{\sqrt{s}} e^{\pm y}$

- $x \sim 10^{-2} \quad (\sqrt{s} = 200 \text{ GeV})$

- $x \sim 5 \times 10^{-4} \quad (\sqrt{s} = 5.5 \text{ TeV}) \quad @M_T = 2 \text{ GeV}, y = 0$



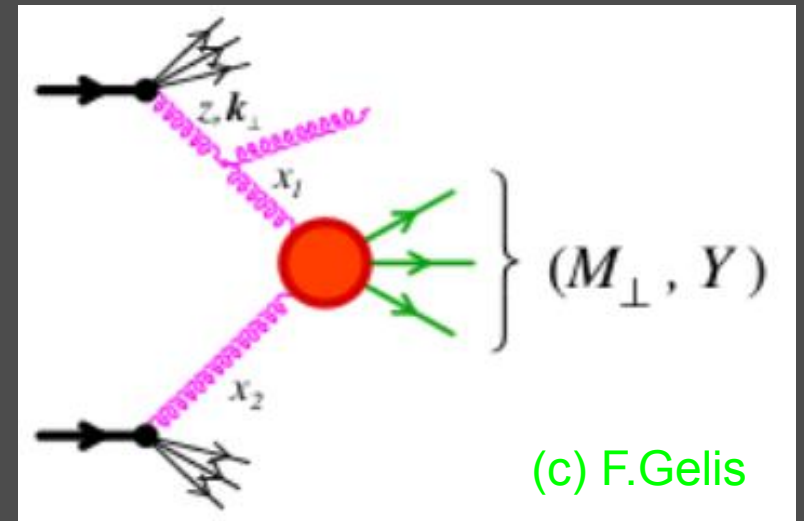
# parton 分布：small-x グルーオンの増大



# パートン分布のスケール依存性

- 1-gluon 放出

$$\sim \alpha_s \int_{x_1} \frac{dz}{z} \int^{M_T} \frac{d^2 k_T}{k_T^2}$$



- 分布 or 行列要素？

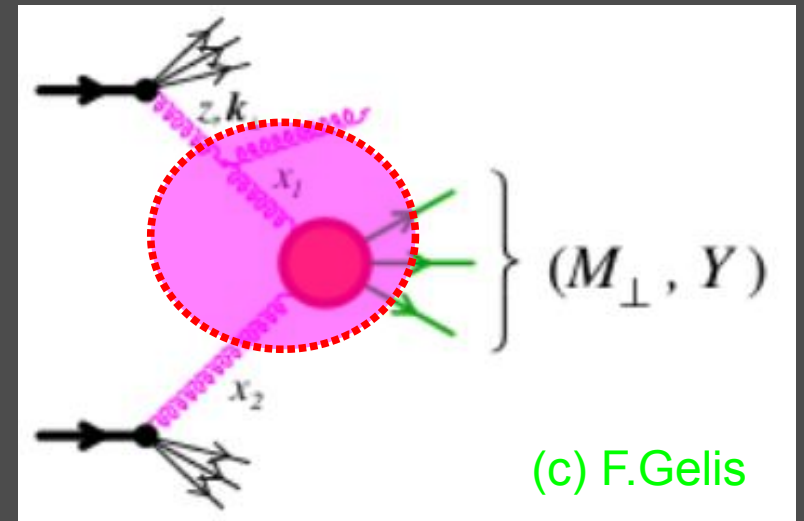
- 空間解像度  $1/Q^2$  DGLAP eq.  $\alpha_s \log Q^2 = O(1)$

- 揺らぎ寿命  $\Delta t \sim x$  BFKL eq.  $\alpha_s \log 1/x = O(1)$

# パートン分布のスケール依存性

- 1-gluon 放出

$$\sim \alpha_s \int_{x_1} \frac{dz}{z} \int^{M_T} \frac{d^2 k_T}{k_T^2}$$



- 分布 or 行列要素？

- 空間解像度  $1/Q^2$       DGLAP eq.       $\alpha_s \log Q^2 = O(1)$

- 揺らぎ寿命  $\Delta t \sim x$       BFKL eq.       $\alpha_s \log 1/x = O(1)$



# small-x parton

- 光円錐でのエネルギー分母：

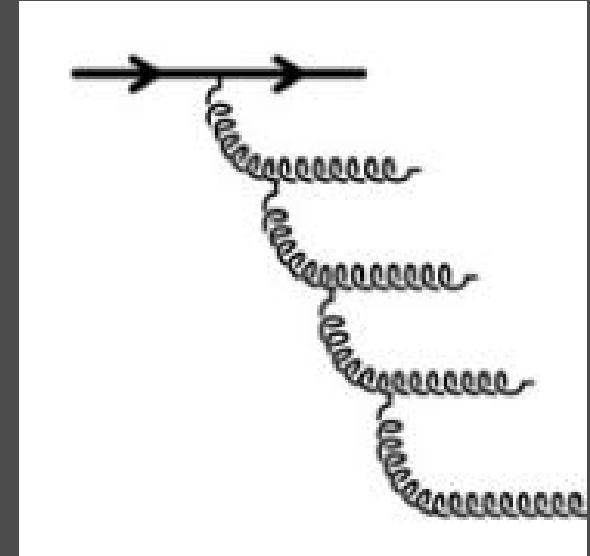
$$\Delta E \sim k^- = \frac{k_{\perp}^2}{2k^+} = \frac{k_{\perp}^2}{2xP^+}$$

- small  $x$  の寿命、縦方向広がり：

$$\Delta \tau \sim 1/\Delta E \propto xP^+$$

$$\Delta z \sim 1/k^+ \propto 1/x$$

- ブースト ( $P^+ \rightarrow \Lambda P^+$ ) で延命
  - BFKL ladder
  - 高密度グルーオン系の出現



# グルーオン飽和

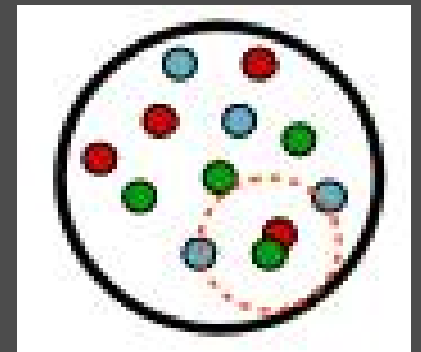
Gribov-Levin-Ryskin (1983)

- グルーオンの面密度

$$\rho \sim \frac{x G(x, Q^2)}{\pi R^2}$$

- グルーオンの”断面積”

$$\sigma_{gg \rightarrow g} \sim \frac{\alpha_s}{Q^2}$$



- $\rho \sigma_{gg \rightarrow g} = O(1)$

飽和スケール の出現

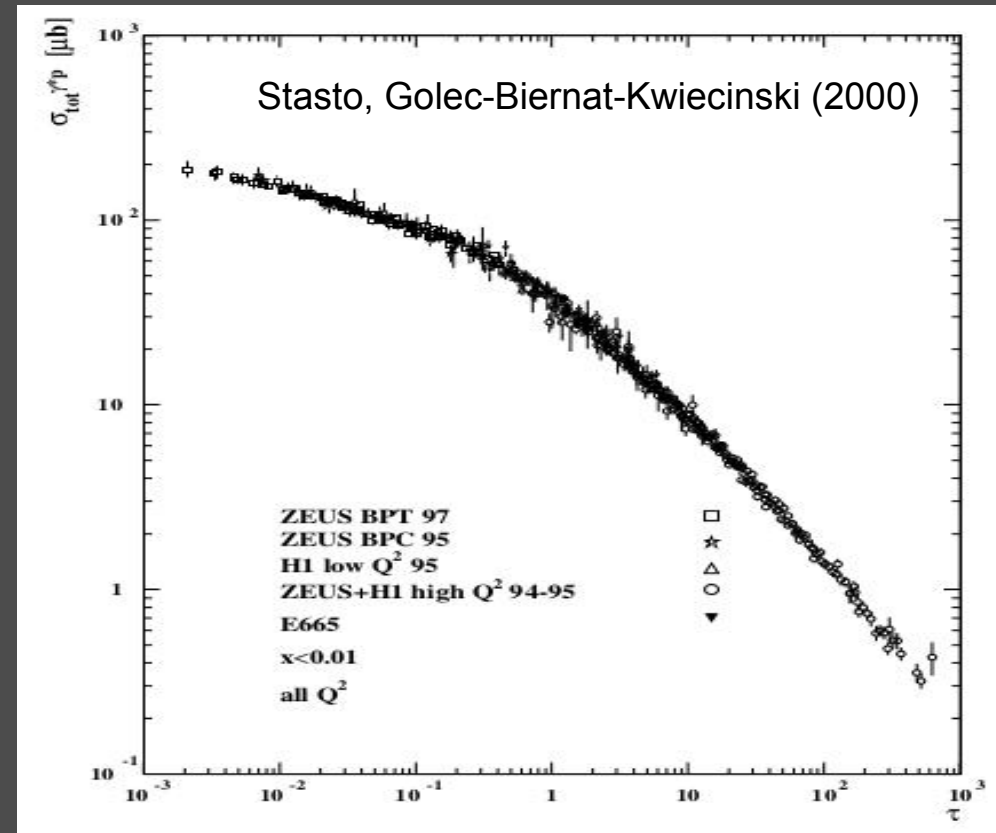
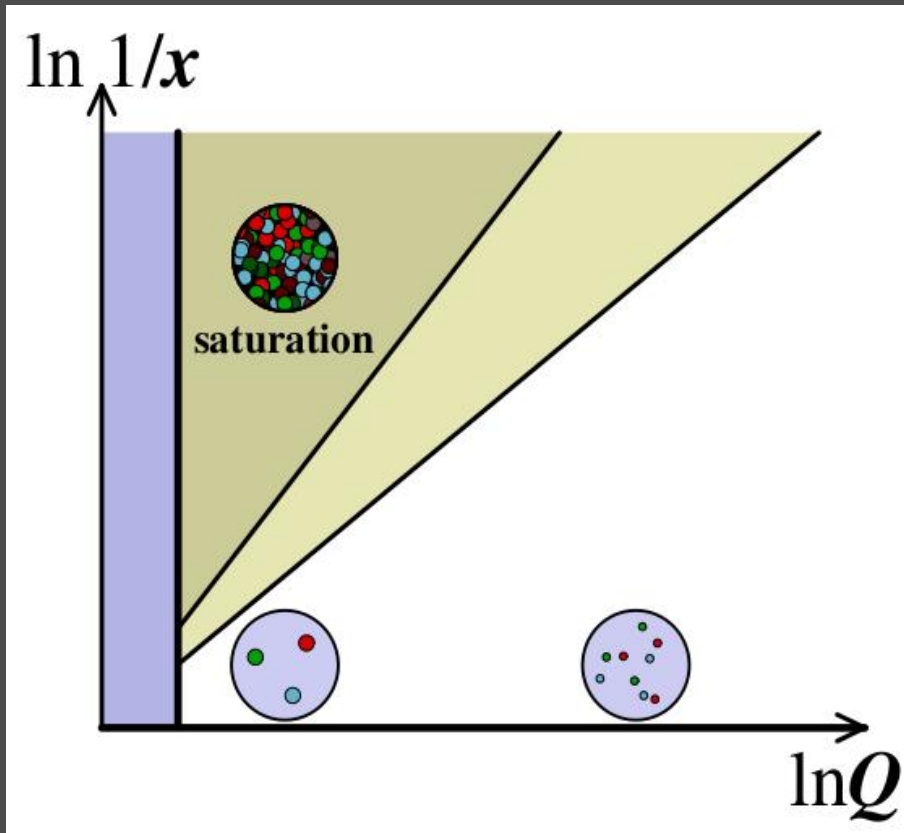
$$Q_s^2(x) \sim \frac{\alpha_s x G(x, Q_s^2)}{\pi R^2} \sim Q_0^2 \frac{1}{x^\lambda}$$

- グルーオン相空間密度

$$\frac{dN}{d^2 p d^2 x} \sim \frac{\rho}{Q_s^2} \sim \frac{1}{\alpha_s}$$

# グルーオン飽和

$\gamma^* p$  断面積



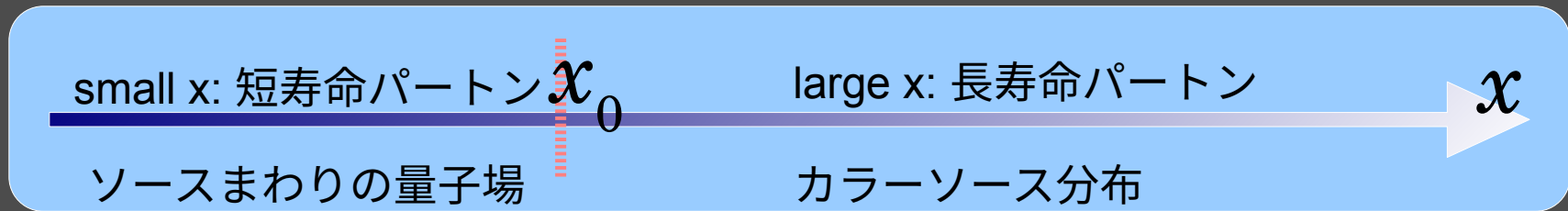
$$\tau = Q^2 / Q_s^2(x)$$

$$x < 0.01$$

# カラーグラス凝縮

- 自由度の分離

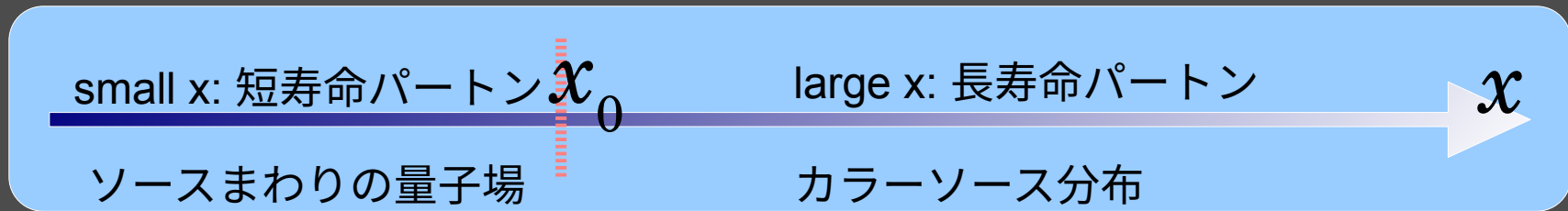
弱結合 :  $Q_s^2 \gg \Lambda_{\text{QCD}}^2$



# カラーグラス凝縮

- 自由度の分離

弱結合：  $Q_s^2 \gg \Lambda_{\text{QCD}}^2$



$$\langle O \rangle = \int dA e^{iS_{\text{YM}}[A]} O(A) \sim \int d\rho W_{x_0}[\rho] \int dA e^{iS_{\text{CGC}, x_0}[A; \rho]} O(A)$$

- 古典カラーソース  $J = g\rho = O(1/g)$ ； 光円錐上ランダム分布

$$W_{x_0}[\rho] \sim \exp\left[-\int dx^- d\mathbf{x} \frac{\rho(x^-, \mathbf{x})^2}{2g^2\mu^2}\right] \quad S_{\text{CGC}, x_0}[A, \rho] = -\frac{1}{4}F^2 + J A$$

- 主要項は古典場：  $[D_\mu, F^{\mu\nu}] = J^\nu$

# カラーグラス凝縮

- 自由度の分離

small  $x$ : 短寿命パートン  $x_0$

ソースまわりの量子場

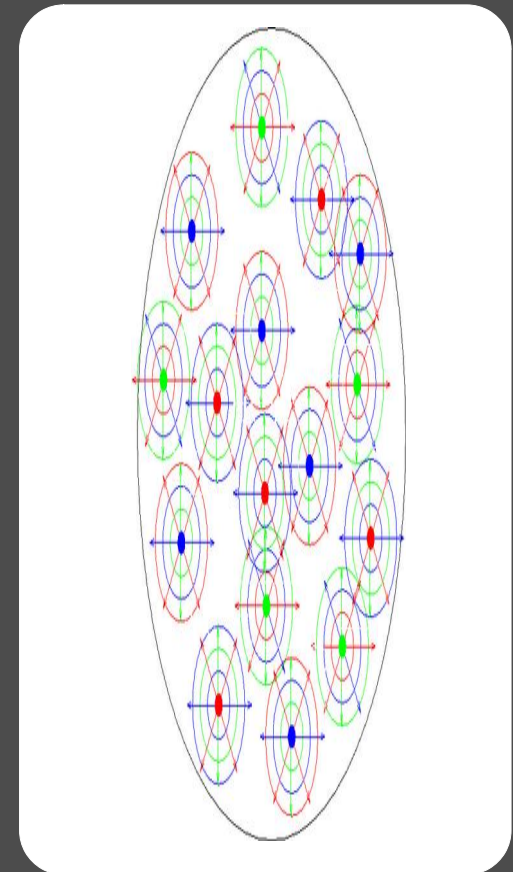
large  $x$ : 長寿命パートン

カラーソース分布

$x$

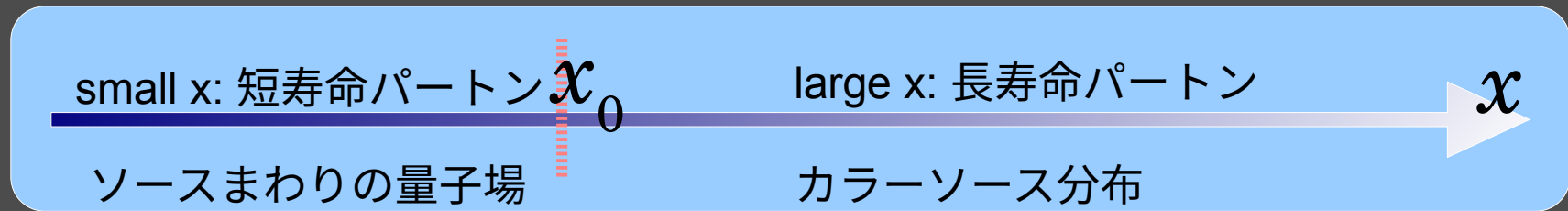
- 高エネルギーハドロン

= 古典カラー場の平板



# x-evolution

- 自由度の分離の任意性  $\Rightarrow W_{x_0}[\rho]$  の JIMWLK eq.



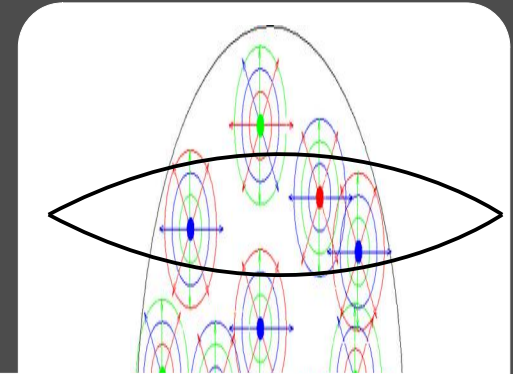
- dipole 振幅に適用すると

# x-evolution (dipole 振幅)

- F.T. dipole 振幅 ~ グルーオン分布  $\Phi(k,x)$  (含 多重散乱)

$$U(z_{\perp}) = \mathcal{P} \exp \left[ ig \int dz^+ A^-(z^+, z) \right]$$

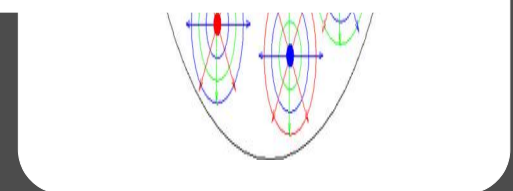
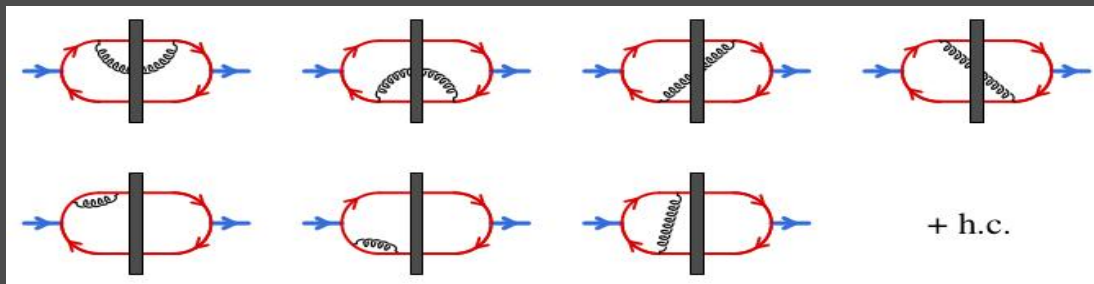
$$\mathcal{N}(\mathbf{x}_{\perp}, \mathbf{y}_{\perp}) = \int [D\rho] W_Y[\rho] \left[ 1 - \frac{1}{N_c} \text{tr}(U(\mathbf{x}_{\perp})U^{\dagger}(\mathbf{y}_{\perp})) \right]$$



## BK方程式 ( $y = \ln(1/x)$ )

$$\frac{\partial \mathcal{N}(r, y)}{\partial y} = \int d^2 \mathbf{r}_1 K^{\text{run}} [ \mathcal{N}(r_1, y) + \mathcal{N}(r_2, y) - \mathcal{N}(r, y) - \mathcal{N}(r_1, y)\mathcal{N}(r_2, y) ]$$

再結合項



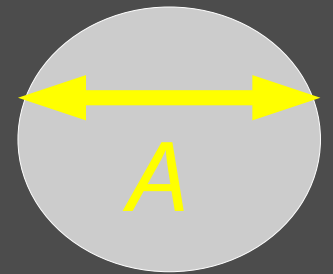


# グルーオン飽和と原子核

- BFKL ladderによるグルーオン増大が抑制される
  - ユニタリティの回復

- 核内グルーオンの面密度：  $A^{1/3}$  増大因子 (厚み)

$$Q_{sA}^2(x) \sim \frac{\alpha_s x A G(x, Q_s^2)}{\pi R_A^2} \sim A^{1/3} Q_0^2 \frac{1}{x^\lambda}$$



- 核標的では飽和効果が はやく顕在化

$$200^{1/3} = 6 \quad (0.01/0.0005)^{0.3} = 2.5$$

$$Q_s^2 \sim 1 \text{ GeV}^2 \text{ (RHIC)}, \quad \sim 2.5 \text{ GeV}^2 \text{ (LHC)}$$

# ”グルーオン分布”

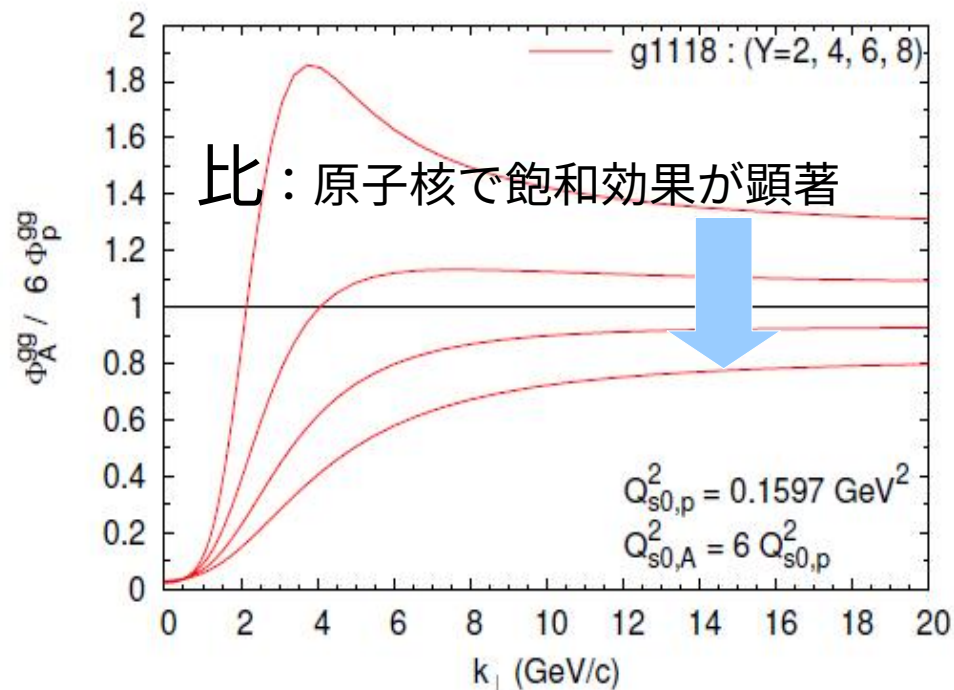
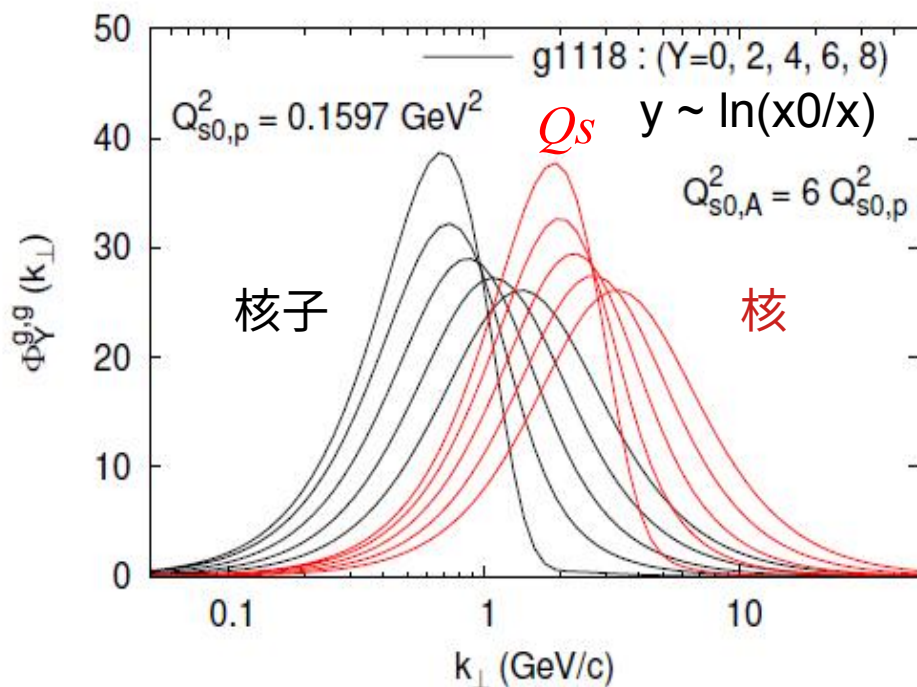
- HERA DIS データ ( $x < x_0 = 0.01$ ) をフィット

AAMQS

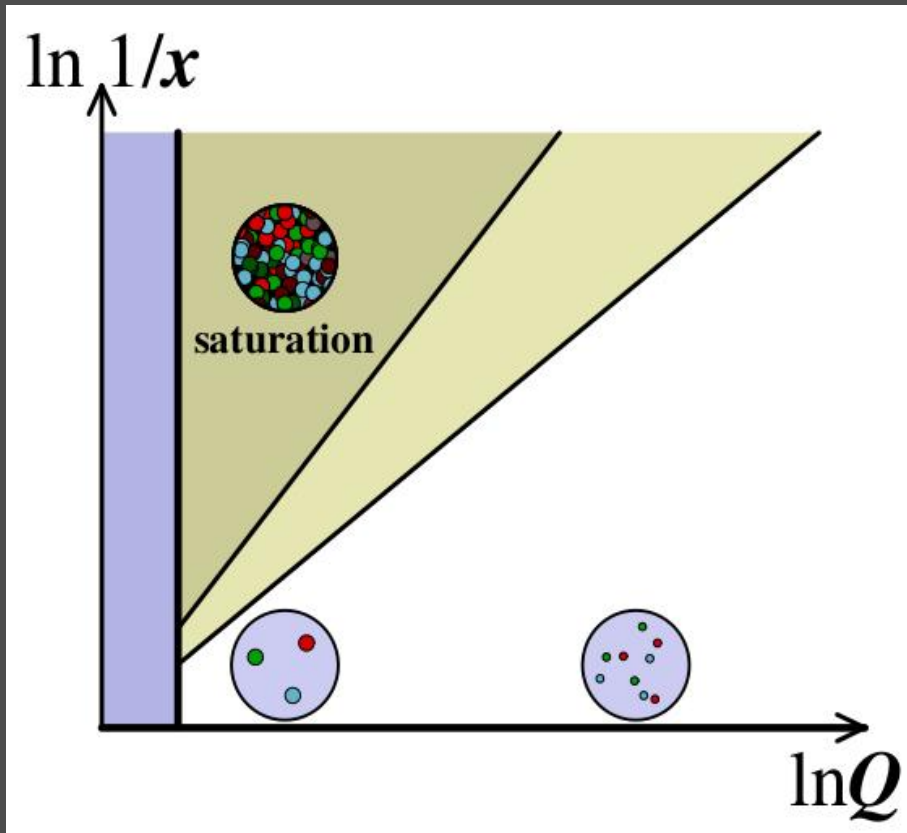
- 原子核：  $Q_{sA}^2(x_0) = A^{1/3} Q_{sp}^2(x_0)$

- 非線形  $x$  発展  $\Rightarrow$  普遍的な分布に漸近

$$\phi(\mathbf{k}, x) \sim k^2 \text{ F.T. } N(\mathbf{r}, x)$$



# グルーオン飽和の特徴



- small  $x$  グルーオン 密度の増大
- グルーオン再結合による増大の抑制
- 飽和スケール  $Q_s(x)$  の出現
- カラーグラス有効理論

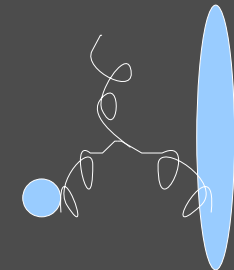
$$\Lambda_{\text{QCD}} \ll p_T < Q_s(x)$$

dA collisions?

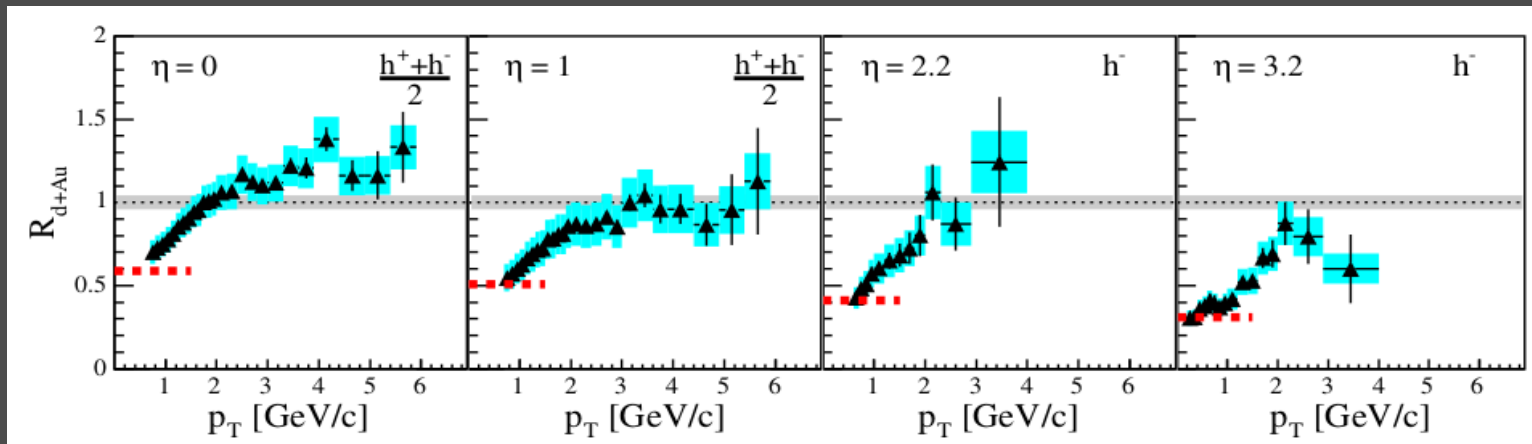
# 前方粒子生成

- RHIC-BRAHMS

$$R_{dAu} \equiv \frac{1}{N_{\text{coll}}} \frac{\frac{dN}{dp_{\perp} d\eta} \Big|_{dAu}}{\frac{dN}{dp_{\perp} d\eta} \Big|_{pp}}$$



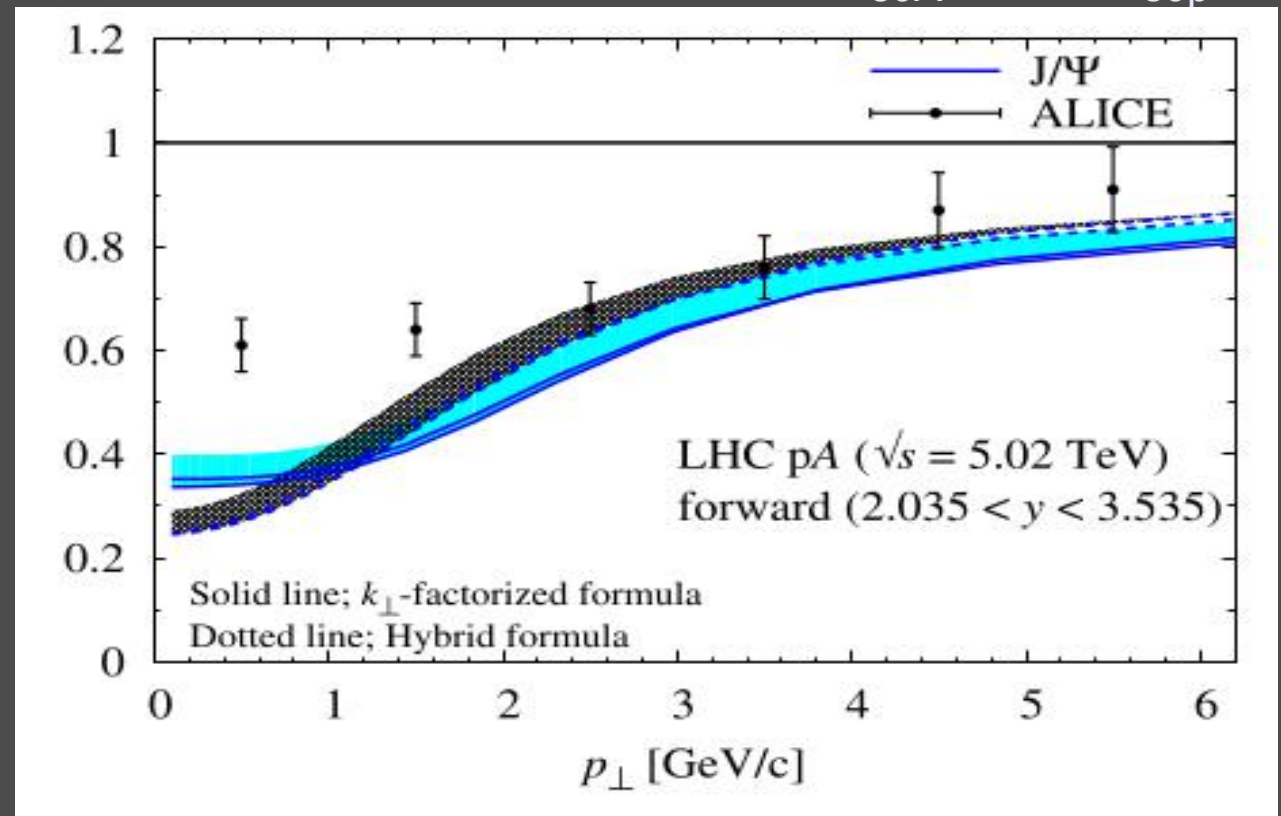
前方



# 計算例

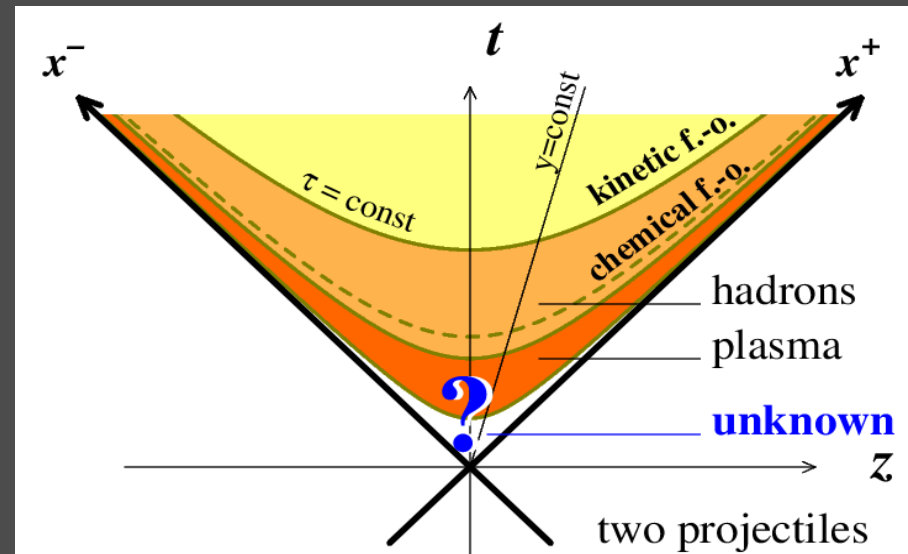
- 重いクォーク、クォーコニウム生成の前方抑制

$$Q_{s0A}^2 = 3 Q_{s0p}^2$$



HF, Watanabe, NPA915,1 (2013);  
NPA951, 45 (2016)

# AA 衝突直後



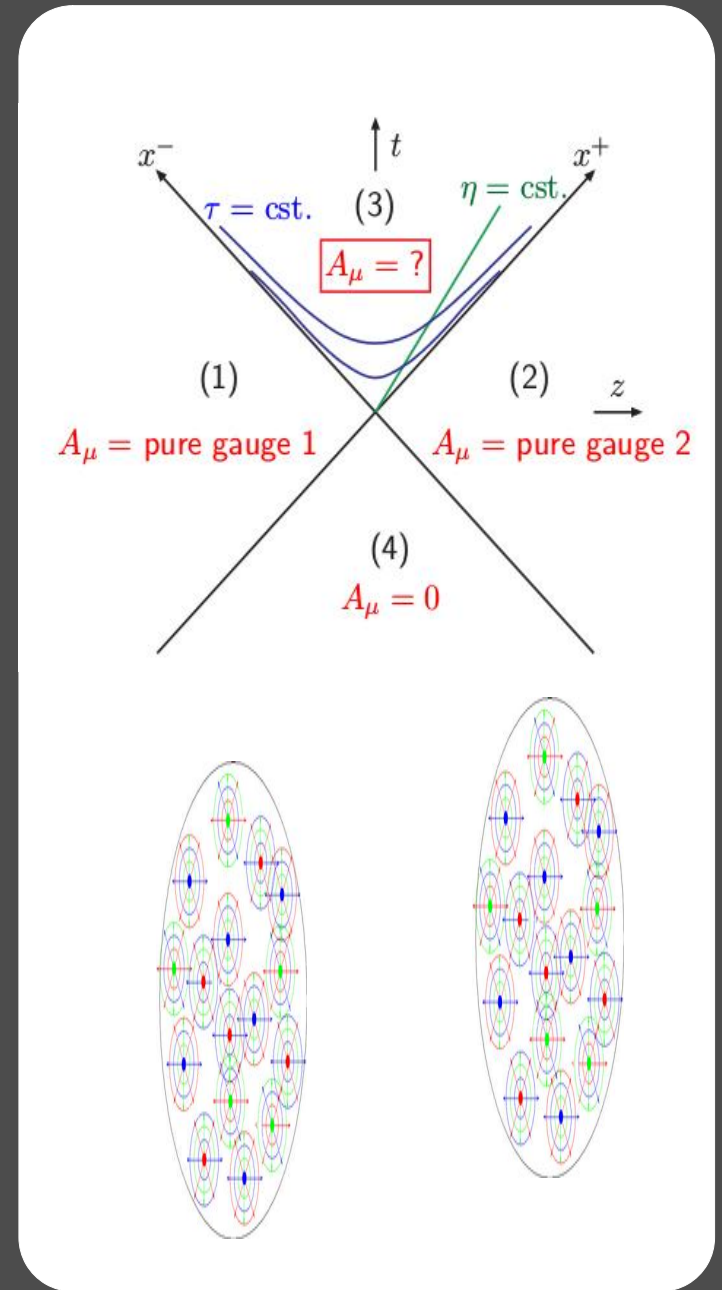
- 流体計算の input を決めたい
  - 局所平衡のエネルギー分布 (フロー無し)
- 衝突直後からプラズマ流体へのダイナミクスを理解したい
  - 濃密なグルーオン系 ”グラスマ”

# AA 衝突直後

Kovner-McLerran-Weigert  
Krasntz-Nara-Venugopalan  
Lappi-McLerran

- 2つのカラーソース

$$J^\mu = \delta^{\mu+} \rho_1(x^-, \mathbf{x}) + \delta^{\mu-} \rho_2(x^+, \mathbf{x})$$



# AA 衝突直後

Kovner-McLerran-Weigert  
Krasntz-Nara-Venugopalan  
Lappi-McLerran

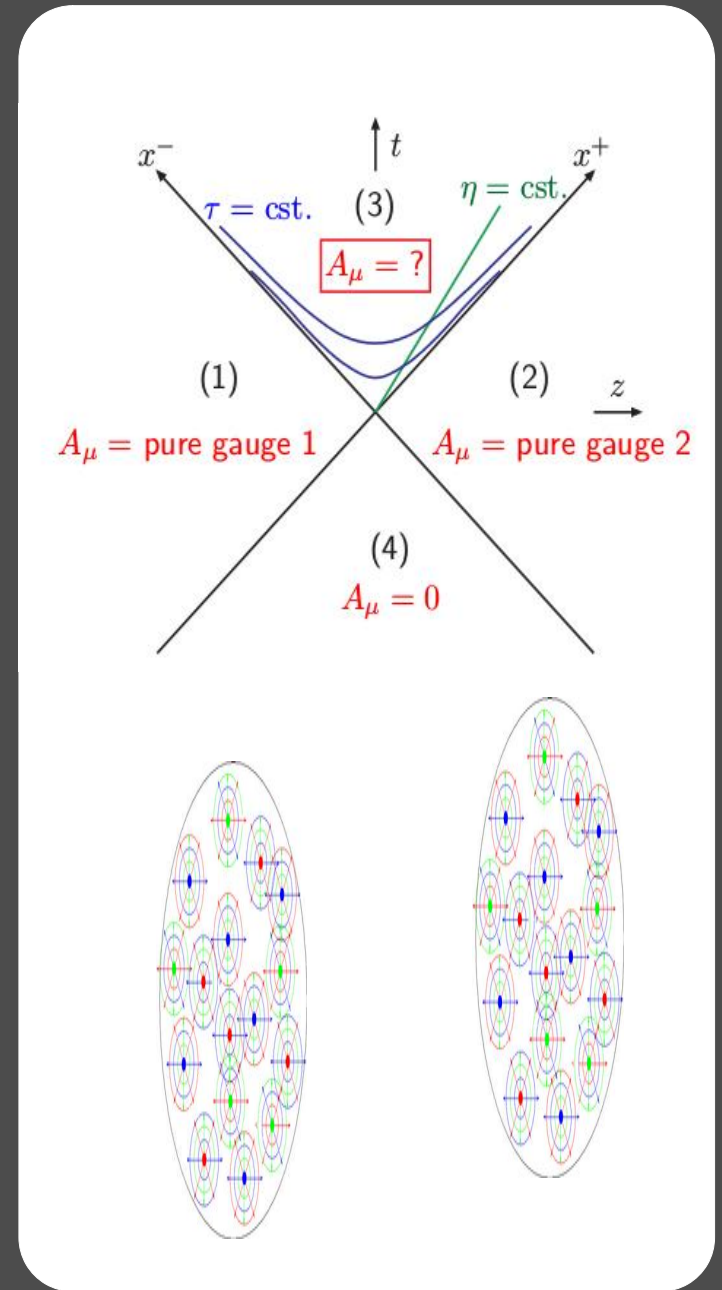
- 2つのカラーソース

$$J^\mu = \delta^{\mu+} \rho_1(x^-, \mathbf{x}) + \delta^{\mu-} \rho_2(x^+, \mathbf{x})$$

- 領域(1), (2)の解から、領域(3)の初期条件に滑らかに解に繋ぐ ( $A_\tau = 0$ )

$$A_\eta = \alpha(\tau = 0, x_\perp) = -\frac{ig}{2} [\alpha_1^i(x_\perp), \alpha_2^i(x_\perp)],$$

$$A^i = \alpha^i(\tau = 0, x_\perp) = \alpha_1^i(x_\perp) + \alpha_2^i(x_\perp),$$





# AA 衝突直後

Kovner-McLerran-Weigert  
Krasntz-Nara-Venugopalan  
Lappi-McLerran

- 2つのカラーソース

$$J^\mu = \delta^{\mu+} \rho_1(x^-, \mathbf{x}) + \delta^{\mu-} \rho_2(x^+, \mathbf{x})$$

- 領域(1), (2)の解から、領域(3)の初期条件に滑らかに解に繋ぐ ( $A_\tau = 0$ )

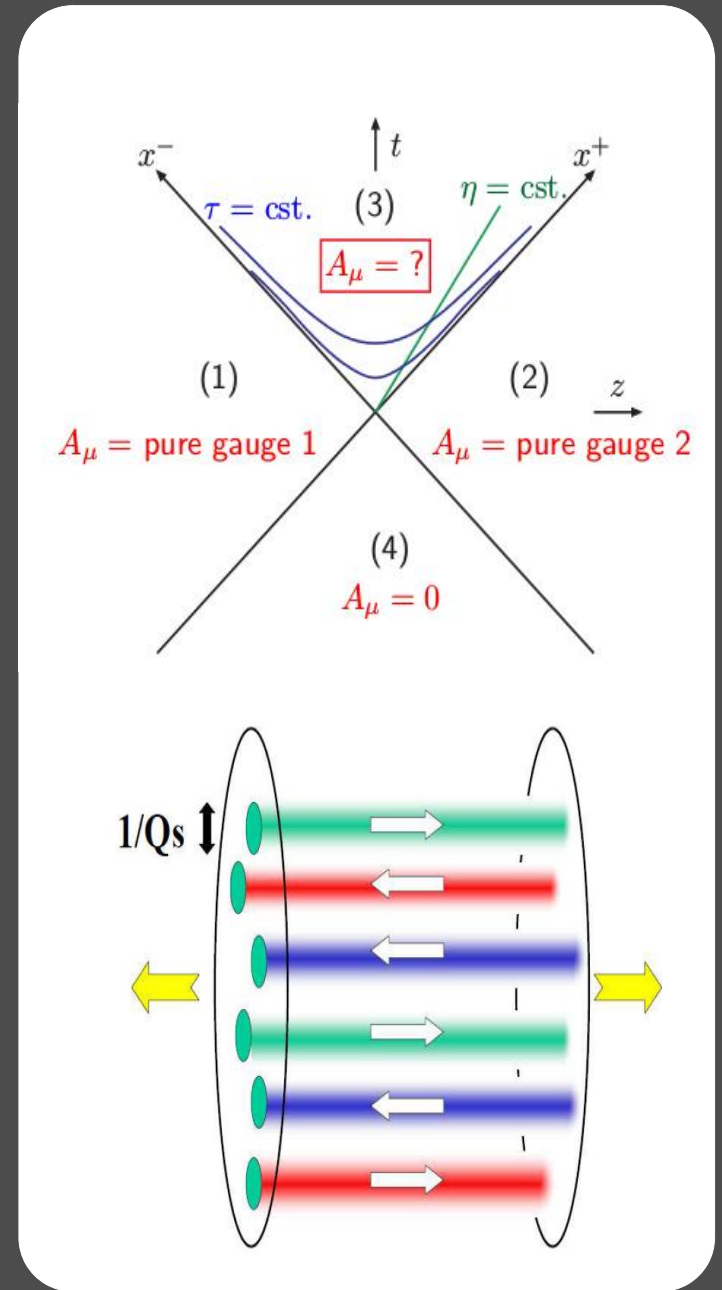
$$A_\eta = \alpha(\tau = 0, x_\perp) = -\frac{ig}{2} [\alpha_1^i(x_\perp), \alpha_2^i(x_\perp)],$$

$$A^i = \alpha^i(\tau = 0, x_\perp) = \alpha_1^i(x_\perp) + \alpha_2^i(x_\perp),$$

- **非可換性**  $\Rightarrow gE^z, gB^z \sim Q_s^2$ が発生

$$E^z|_{\tau=0^+} = -ig[\alpha_1^i, \alpha_2^i],$$

$$B^z|_{\tau=0^+} = ig\epsilon_{ij}[\alpha_1^i, \alpha_2^j].$$



# カラーフラックス”チューブ”

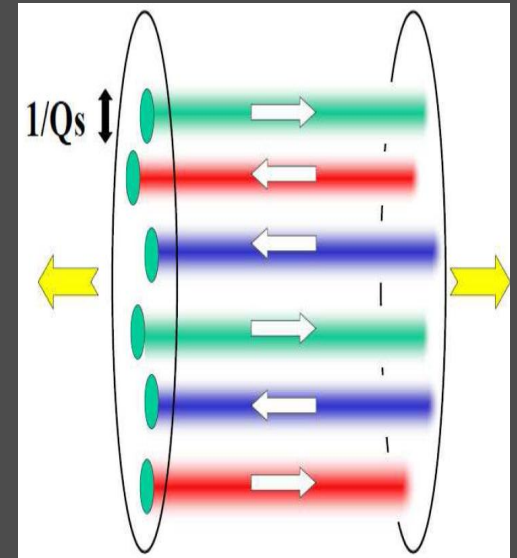
- 初期条件 ( $\tau = 0_+$ )

$$E^z|_{\tau=0^+} = -ig[\alpha_1^i, \alpha_2^i],$$

$$B^z|_{\tau=0^+} = ig\epsilon_{ij}[\alpha_1^i, \alpha_2^j].$$

- 強いカラー場

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}(E^2 + B^2) \sim Q_{sA}^2 Q_{sB}^2 / g^2$$



- $\eta$  に依らない; 極めて非等方

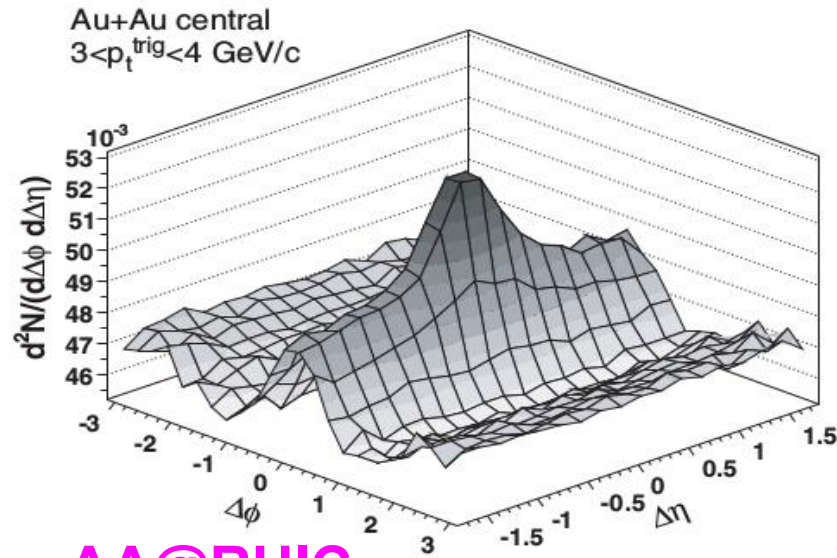
$$T^{\mu\nu} = \text{diag}(\epsilon, \epsilon, \epsilon, -\epsilon) \rightarrow ? \text{diag}(\epsilon, P_T, P_T, P_L)$$

- トポロジカル密度 (揺らぎ) の出現

$$F^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu} \sim E \cdot B \neq 0$$

# ラピディティ長距離相関

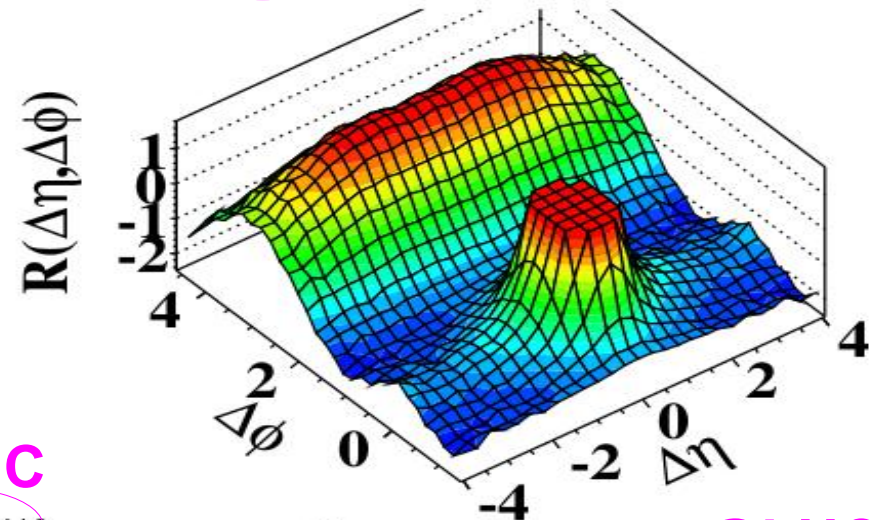
STAR, PRC 80, 064912 (2009)



AA@RHIC

CMS, JHEP 09 (2010), 091

(d) CMS  $N_{\text{trk}} \geq 110$ ,  $1.0 \text{ GeV}/c < p_T < 3.0 \text{ GeV}/c$



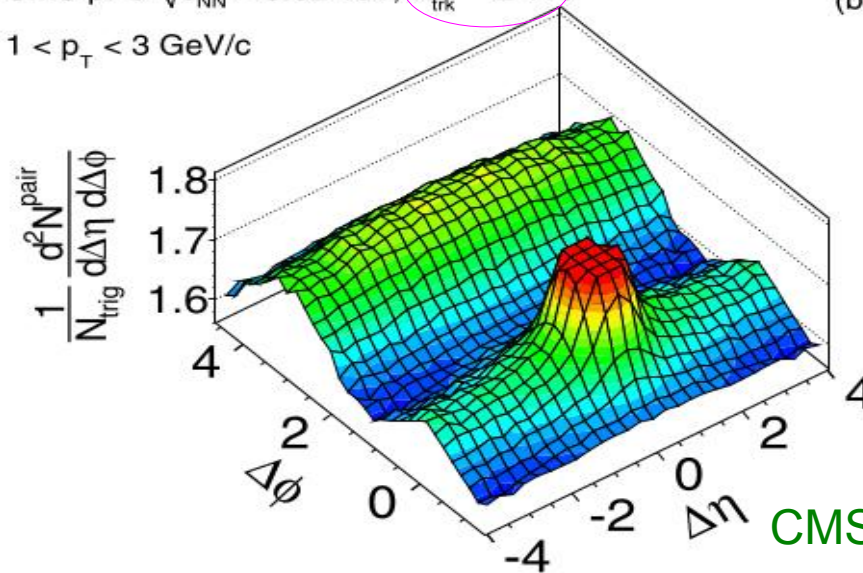
(b)

pp@LHC

pA@LHC

CMS pPb  $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 5.02 \text{ TeV}$ ,  $N_{\text{trk}}^{\text{offline}} \geq 110$

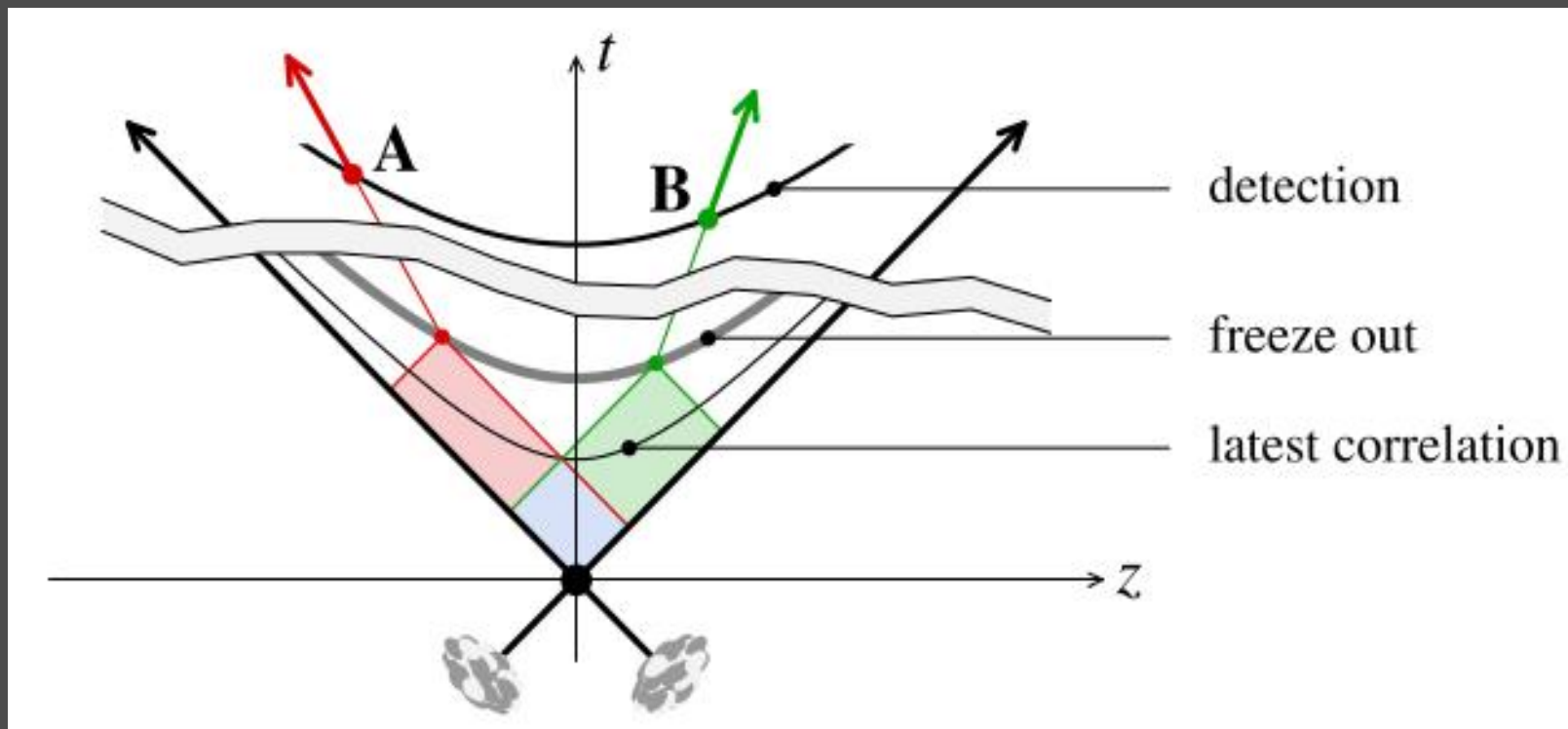
$1 < p_T < 3 \text{ GeV}/c$



CMS, PLB 718 (2013) 795

# ラピディティ長距離相関

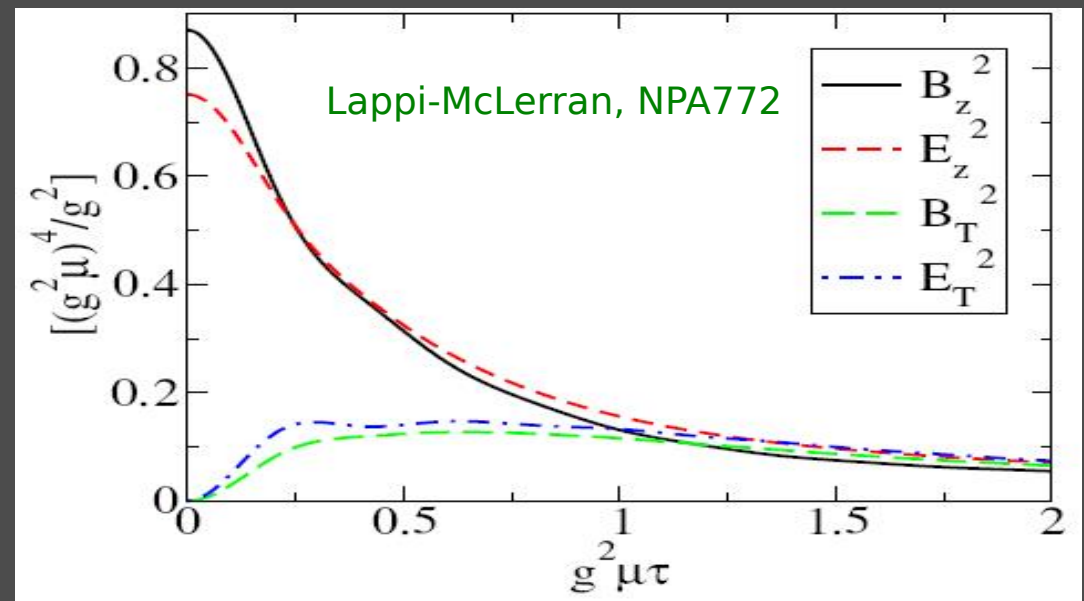
- 空間ラピディティ ~ 運動量ラピディティならば、  
長距離相関は、因果律により、早期でのみ可能



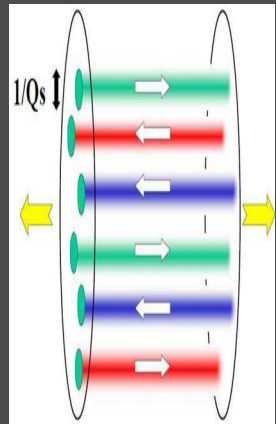
Dumitru et al. NPA 810 (2008) 91–108

# 古典場の時間発展

- (古典) ゲージ場からプラズマへの過渡状態：「**グラスマ**」
- 初期条件  $T^{\mu\nu} = \text{diag}(\epsilon, \epsilon, \epsilon, -\epsilon) \rightarrow ? \text{diag}(\epsilon, P_T, P_T, P_L)$
- 縦方向圧力は生成されない  
 $T^{\mu\nu} = \text{diag}(\epsilon, \epsilon, \epsilon, -\epsilon) \rightarrow \text{diag}(\epsilon, \epsilon/2, \epsilon/2, 0)$



# 流体の初期条件に向けて



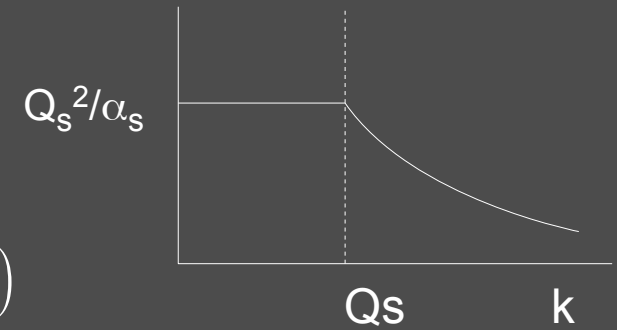
- AA衝突直後、濃密なグルーオン系

$$\mathcal{E} = \frac{1}{2}(E^2 + B^2) \sim Q_{sA}^2 Q_{sB}^2 / g^2$$

- アプローチ1：エネルギー密度と解釈して流体模型へ
- アプローチ2：（量子）ゲージ場の時間発展

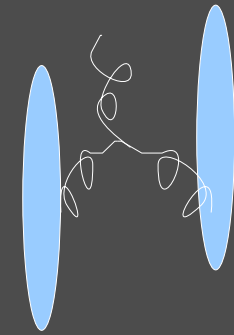
# 初期条件：MC-\*\*\* $\phi$ : KLN model

- グルーオン生成 Kharzeev-Levin-Nardi



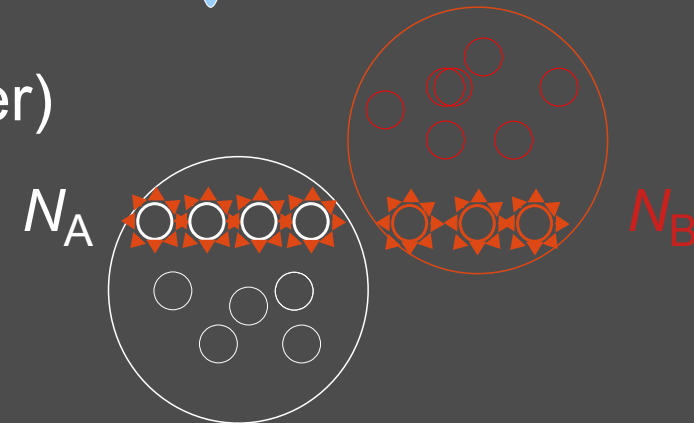
$$\frac{dN_g}{dr_\perp dy} \sim \int^{p_\perp^{max}} \frac{d_\perp^2 p}{p_\perp^2} \int_k \alpha_s \phi_A(x_1, \mathbf{k}_1) \phi_B(x_2, \mathbf{k}_2)$$

$$\sim Q_{sA}^2(x_1) Q_{sB}^2(x_2) \sim N_A(b_A) N_B(b_B)$$



- 流体模型 input：初期エネルギー密度

- $N_A * N_B$  (CGC) vs  $N_A + N_B$  (Glauber)
- 「CGC」のほうに強い  $b$  依存性

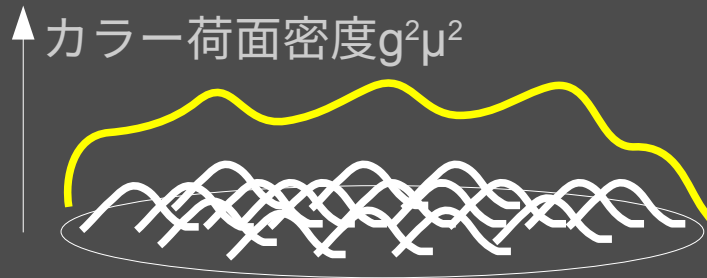


Hirano-Nara

# IP-glasma (Impact Param. dep. glasma)

Schenke-Tribedy-  
Veungopalan (2012)

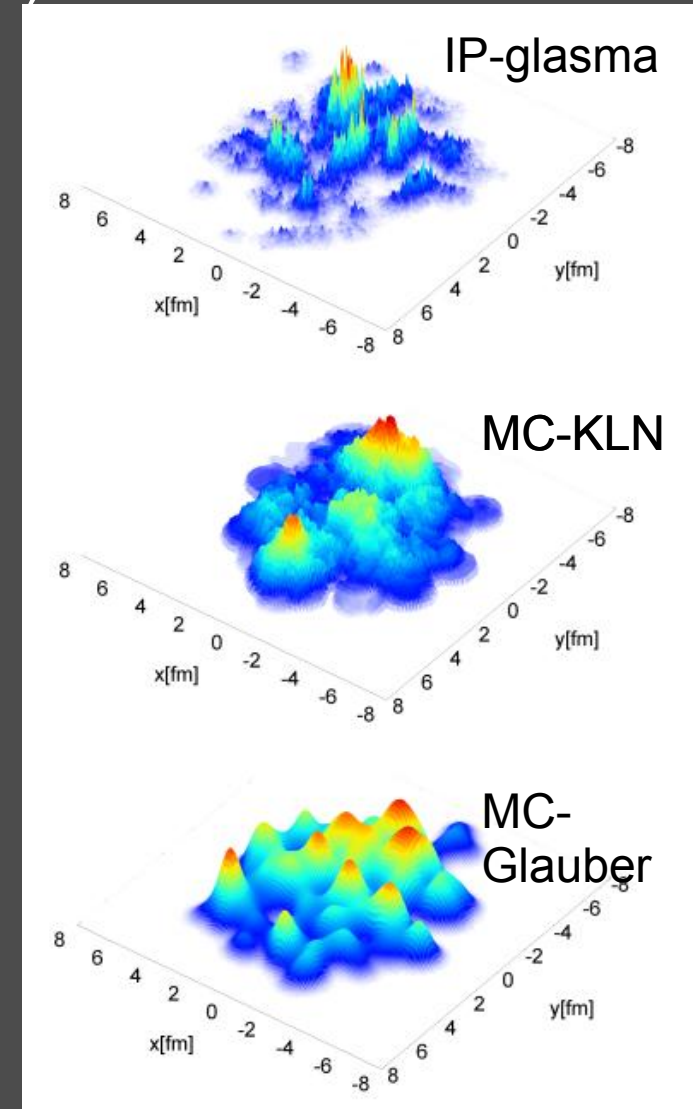
- 原子核に核子をMC散布(相関長 ~ 核子半径)



- 平均  $g^2\mu^2(x, x_T)$  にカラー荷  $\rho$  を振って、「クーロン場」  $\alpha^i$  を解く：相関長  $\sim 1/Q_s$
- 核 1, 2 の古典場  $\alpha_{1,2}^i$  を用いて、衝突直後のカラー電磁場を求める：

$$\mathcal{E}(\mathbf{x}_\perp) = \frac{1}{2}(E^2 + B^2) \sim g^2\alpha_1^2\alpha_2^2$$

- 古典場時間発展  $\tau \sim 0.4 \text{ fm}/c$  後、流体へ





# アプローチ2：時間発展を解く

- $\eta$ 方向一様配位は揺らぎに不安定
- シナリオ
  - Weibel 不安定性
  - Nielsen-Olesen 不安定性
  - モードカスケード
- 枠組み
  - 古典統計シミュレーション  $O(h)$  (UVの扱いに問題)
  - ボルツマン方程式 (濃密初期条件で?)
  - 濃密～希薄までを一つの枠組みで!?

Romatschke-Venugopalan, 2006

