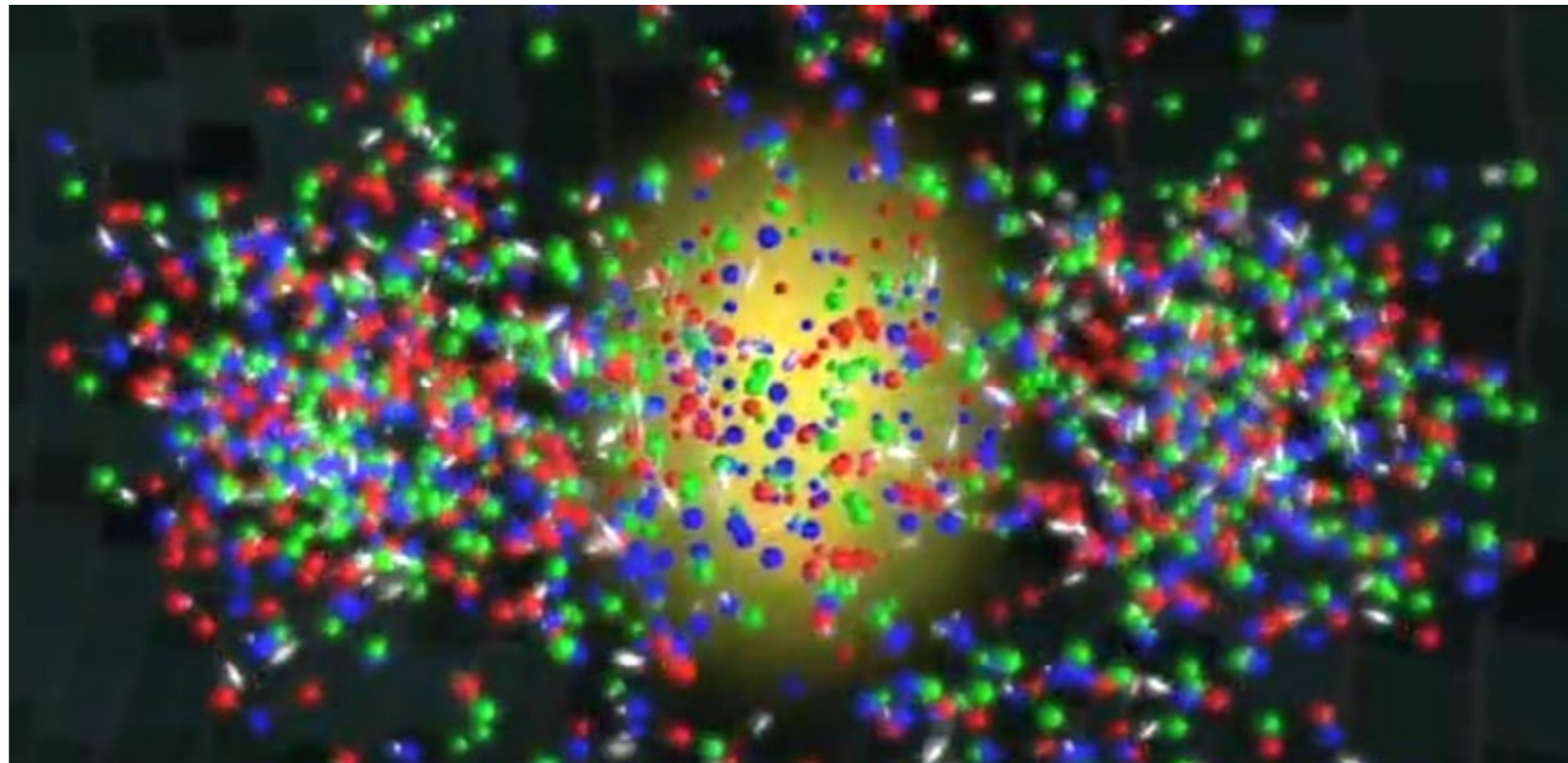


理論サマリー



BNLのホームページより

日高義将
(理研)

熱浴に物質をくっつけると

熱浴
温度 T

物質
温度 T'

熱浴に物質をくっつけると

熱浴
温度 T

物質
温度 T'

同じ温度になる

熱浴
温度 T

物質
温度 T'

同じ温度になる

熱浴
温度 T

物質
温度 T

同じ温度になる

熱浴
温度 T

物質
温度 T

物質の温度を変えると性質が変わる

例：氷，水，水蒸気



熱浴に真空をくっつけると

熱浴
温度 T

真空
温度 0

熱浴に真空をくっつけると

熱浴
温度 T

真空
温度 0

同じ温度になる？

熱浴
温度 T

真空
温度 0

同じ温度になる？

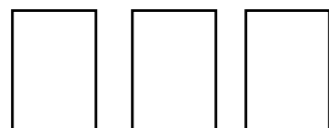
熱浴
温度 T

真空
温度 T

真空とは何か？

真空も物質と同じように性質を変えるか？

真空



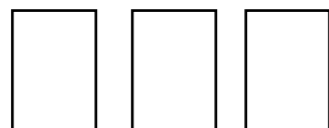
真空とは何か？

真空も物質と同じように性質を変えるか？

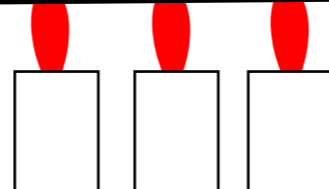
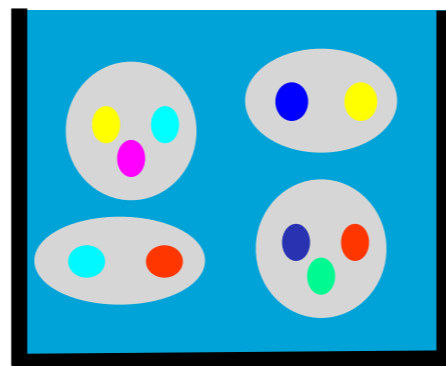
場の量子論(QCD)の教え:

真空は何もない状態ではない。
クォークグルーオンプラズマになる

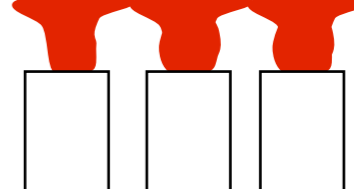
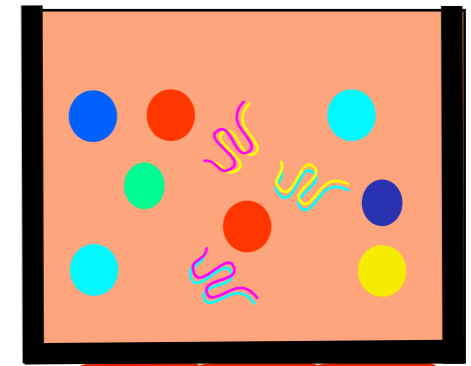
真空



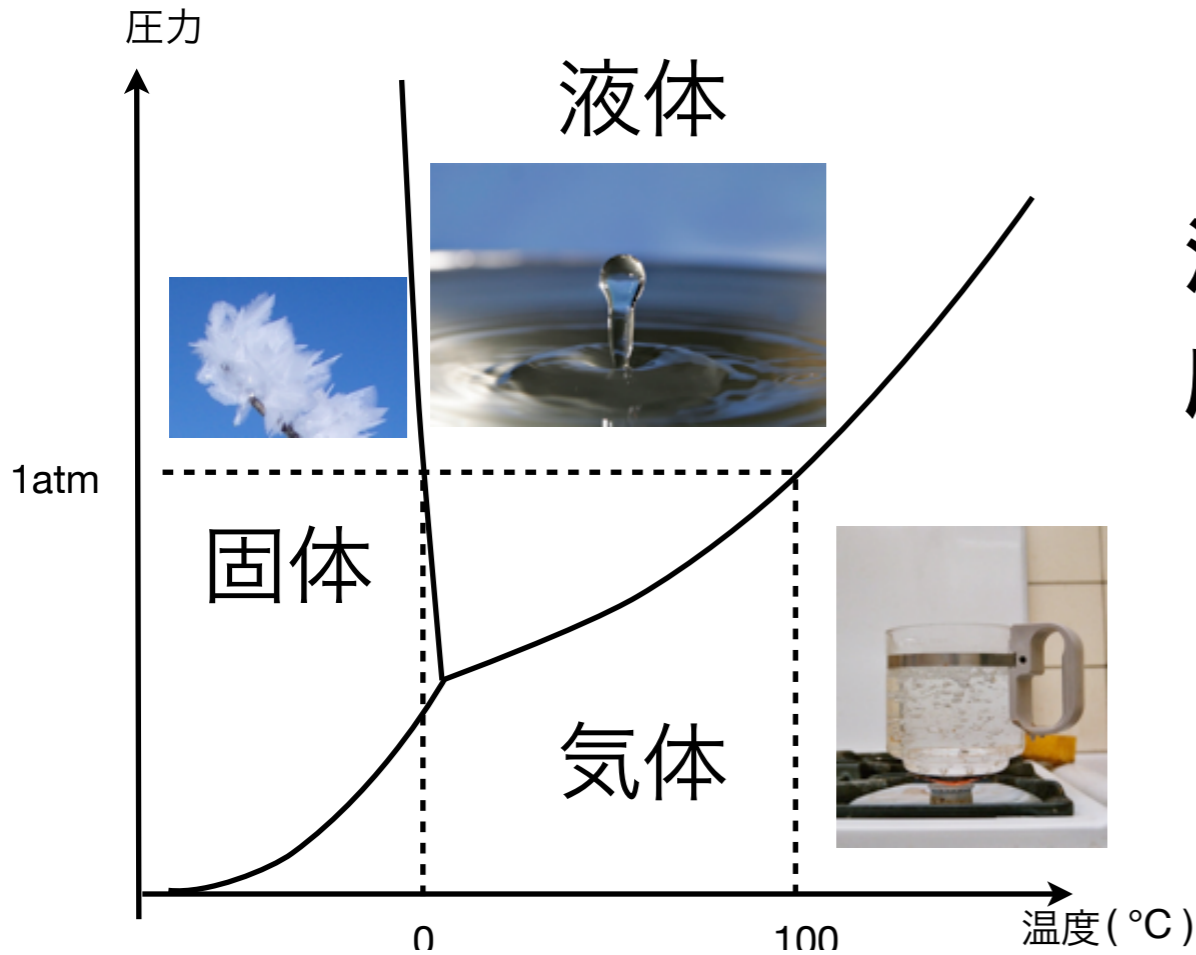
ハドロンガス



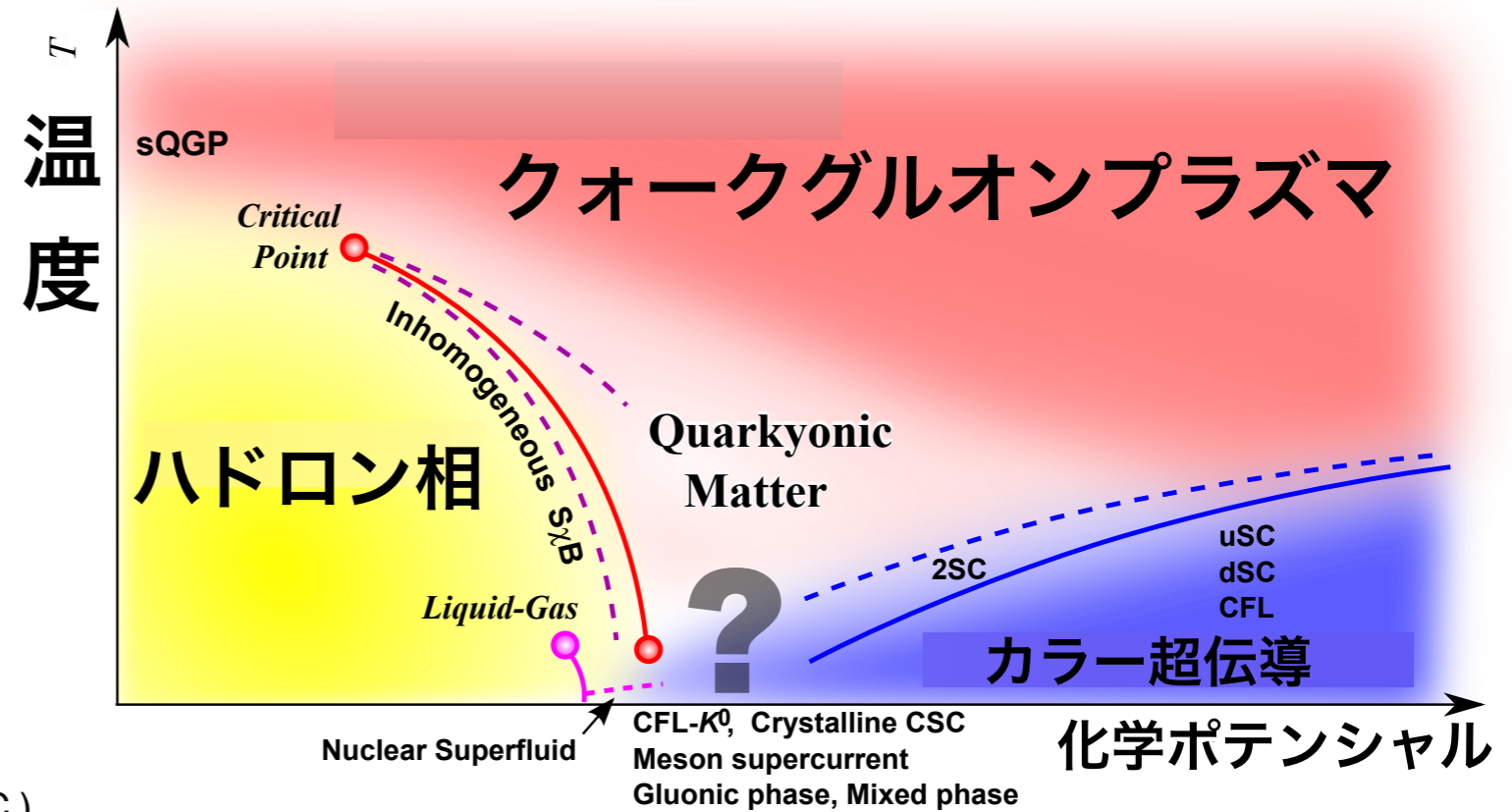
QGP



水の相図



QCDの相図



物質と同じ様に

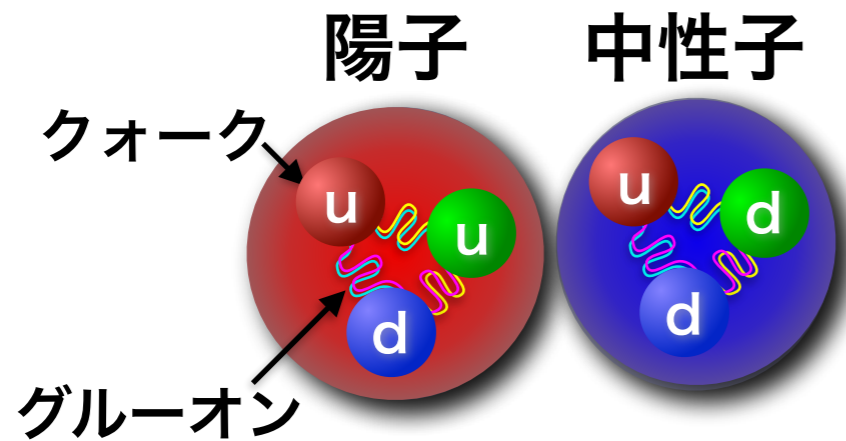
QCDも多彩な相を持つと考えられる

量子色力学(QCD)

の基礎

基礎理論:量子色力学

SU(3)ゲージ理論



クォーク, グルーオンが自由度

QCDのラグランジアン

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_j (\gamma^\mu (i\partial_\mu + gt_{ji}^a A_\mu^a) - m) \psi_i + \frac{1}{2} \mathbf{E}^{a2} - \frac{1}{2} \mathbf{B}^{a2}$$

量子電磁気学(QED)と

量子色力学(QCD)は似ている

QED

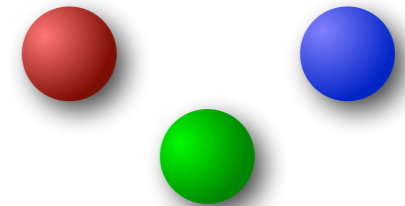
電子



電荷1種類

QCD

クォーク



カラー電荷3種類

物質粒子
スピン1/2

量子電磁気学(QED)と

量子色力学(QCD)は似ている

QED

物質粒子
スピン1/2

電子

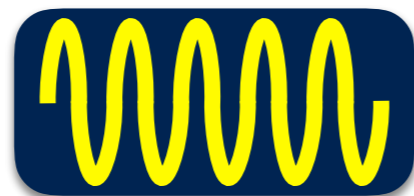


電荷1種類

ゲージ粒子

スピン1

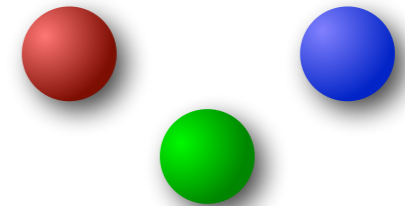
光子



電荷なし

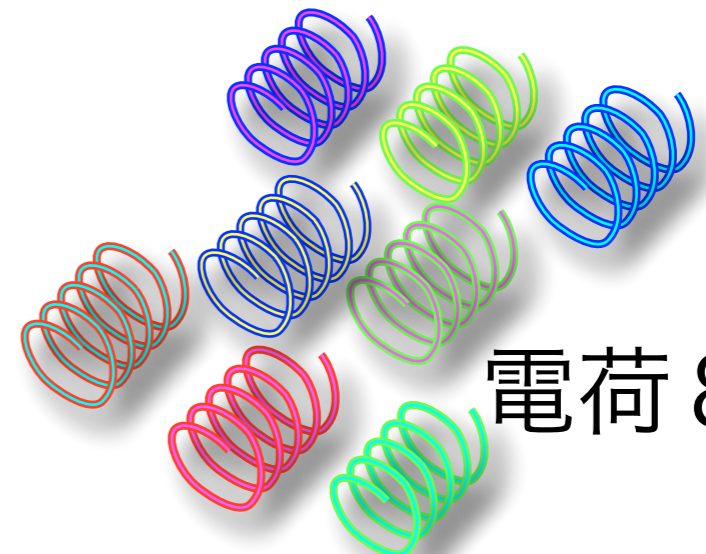
QCD

クォーク



カラー電荷3種類

グルーオン



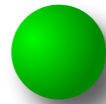
電荷8種類

量子電磁気学(QED)と

量子色力学(QCD)は大分違う

QED

電荷 Q は物理量

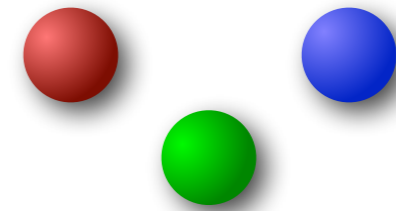


電磁場は物理量

E, B

QCD

カラー電荷 Q^a は物理量でない



カラー電磁場は物理量でない

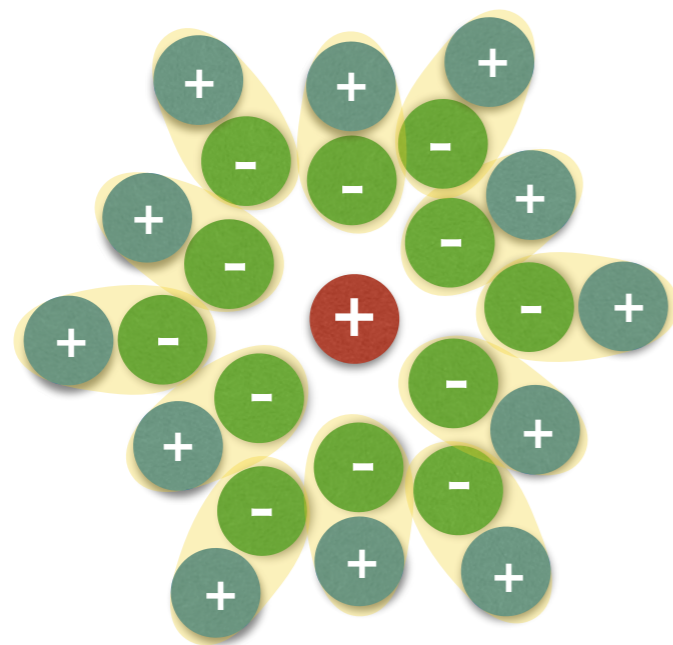
E^a, B^a

色を持った状態は観測されない

QEDとQCDの違い

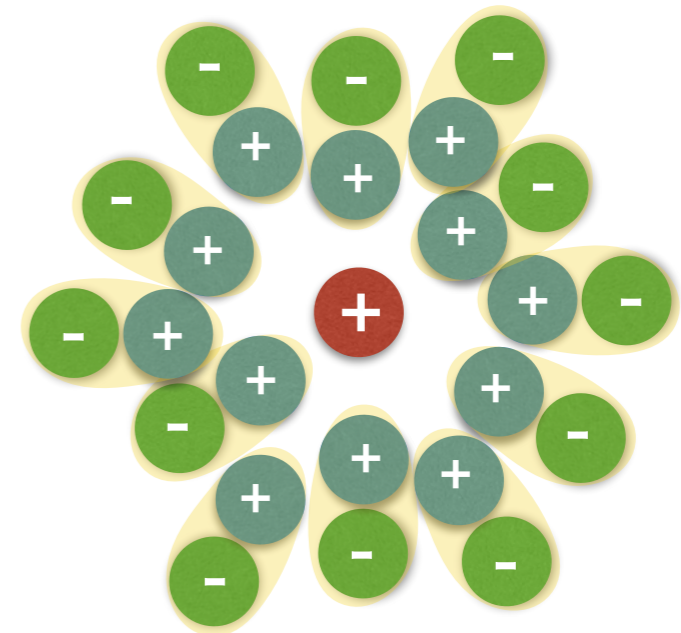
ゲージ粒子が電荷を持っている

QED:遠くに離れると
弱くなる



遮蔽

QCD:近づくと
弱くなる(漸近的自由性)



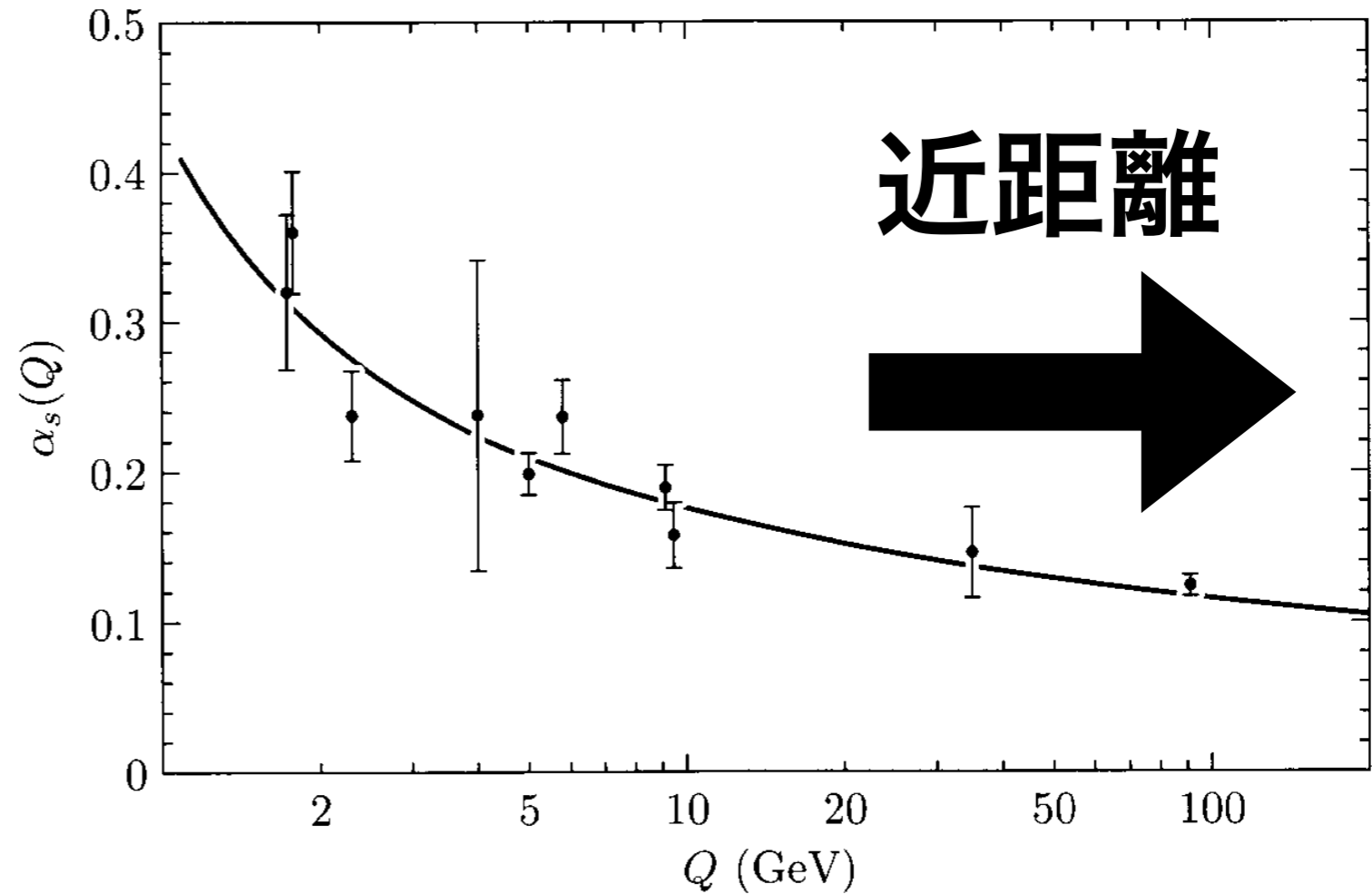
反遮蔽

注:イメージ図

電荷のエネルギー変化

結合定数

$$\alpha_s = \frac{g^2}{4\pi}$$



ノーベル賞2004



グロス



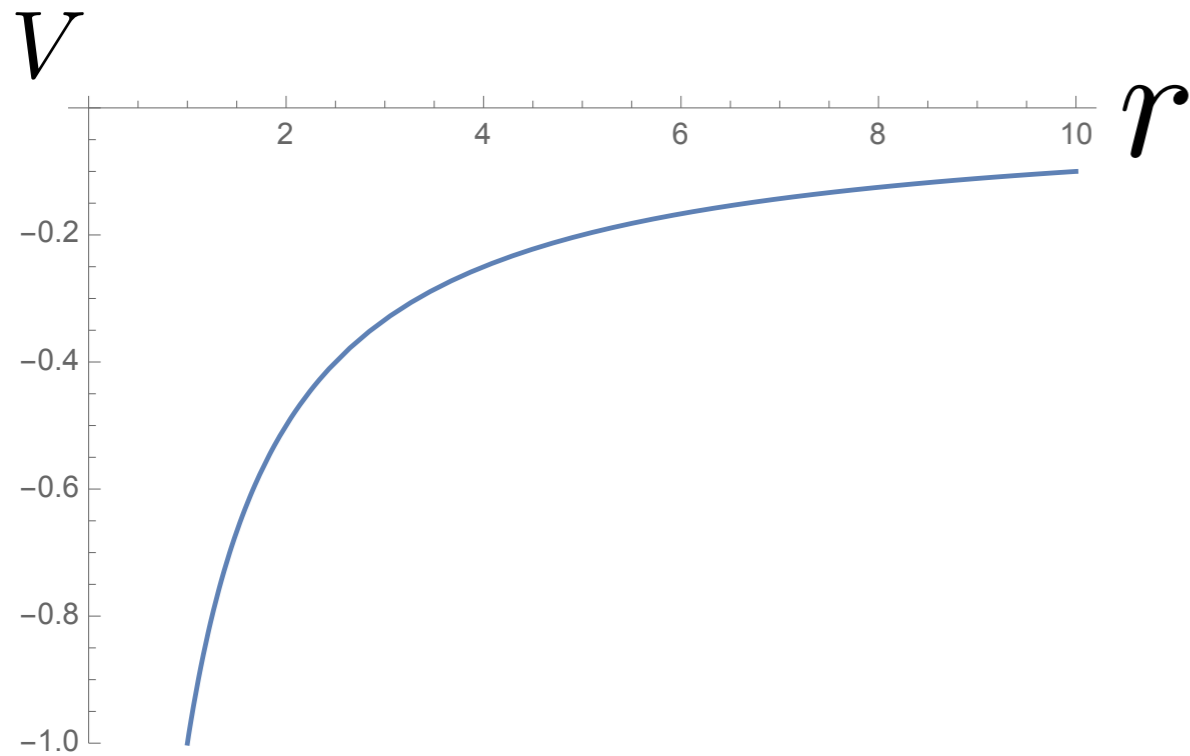
ポリツァー



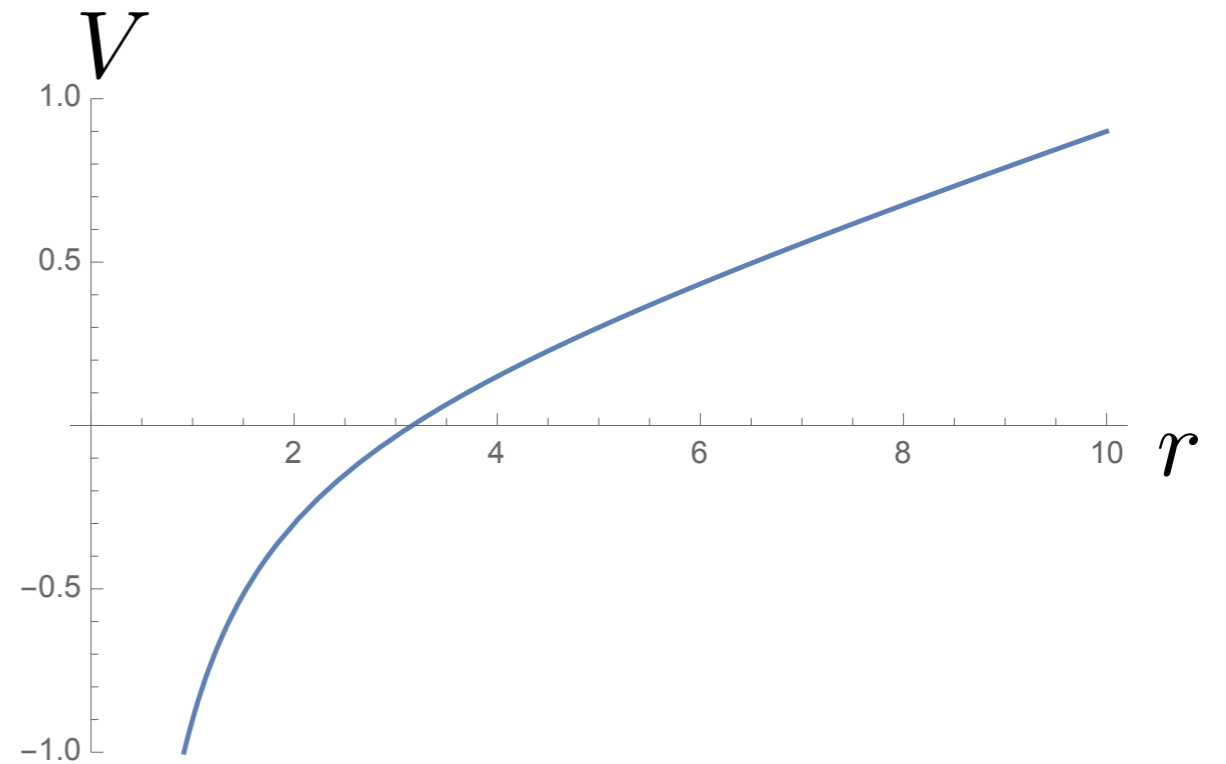
ウィルチェック

QEDとQCDの違い

QED:クーロンポテンシャル



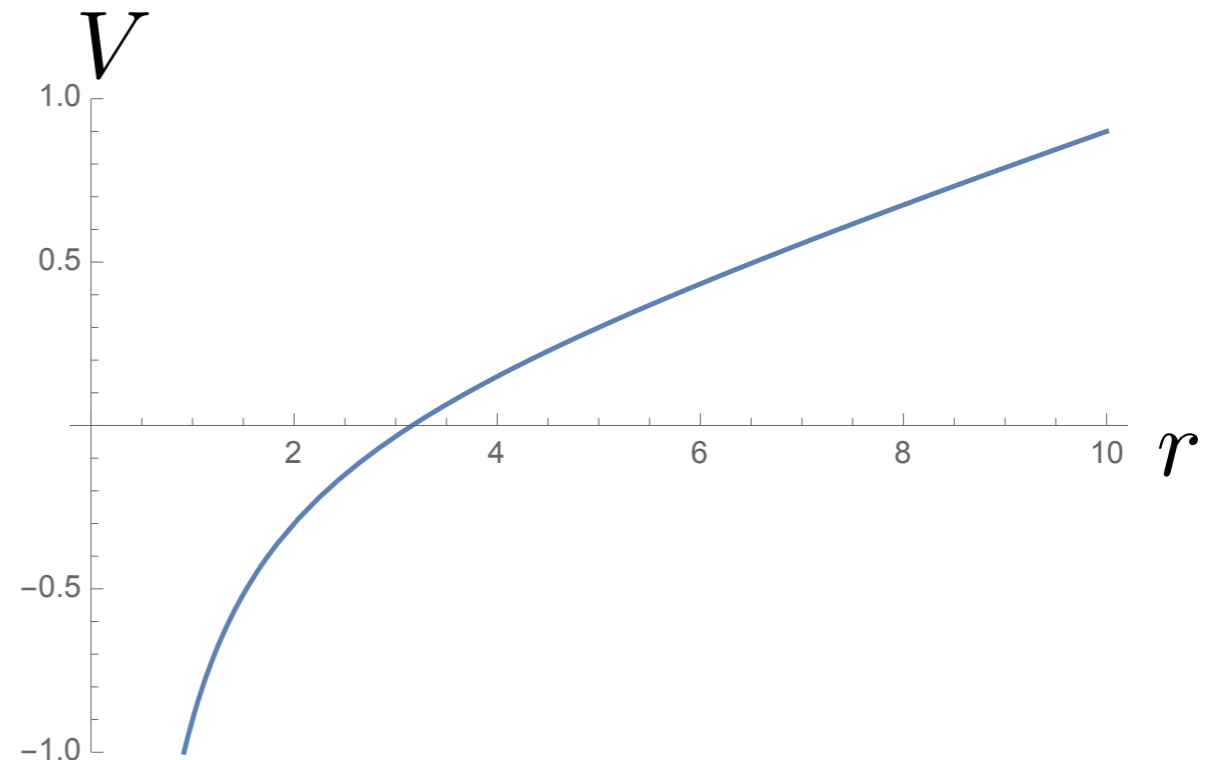
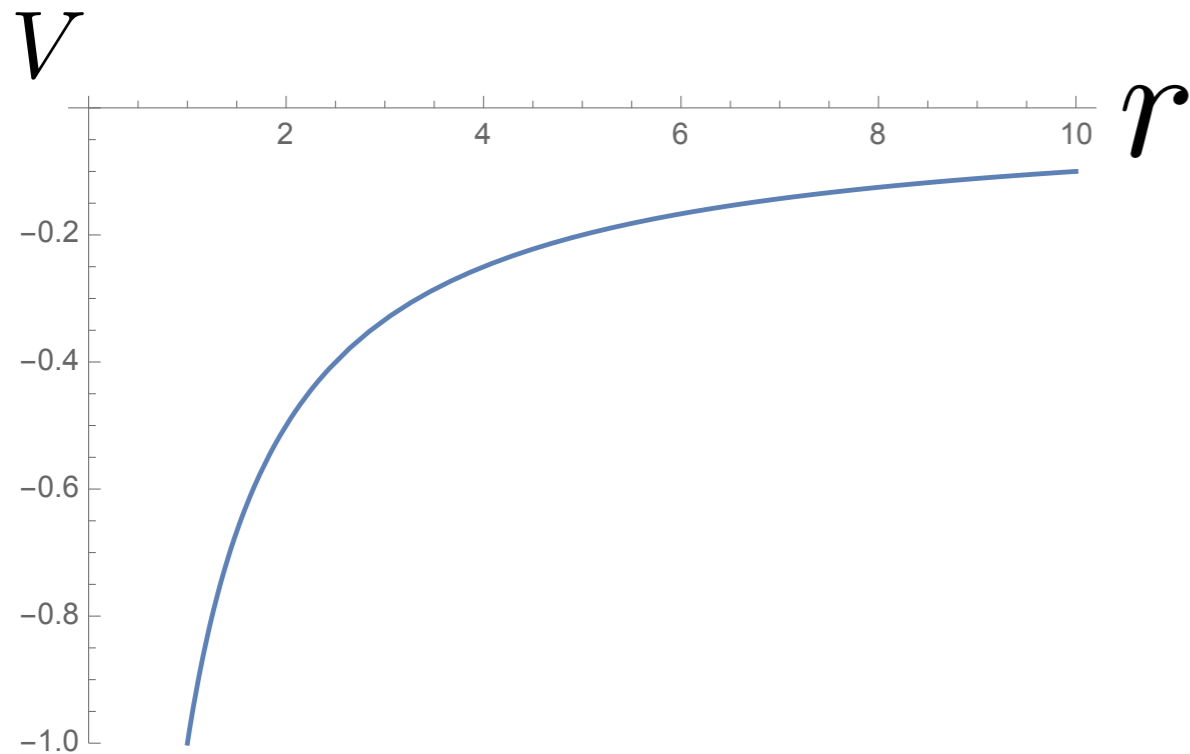
QCD:閉じ込めポテンシャル



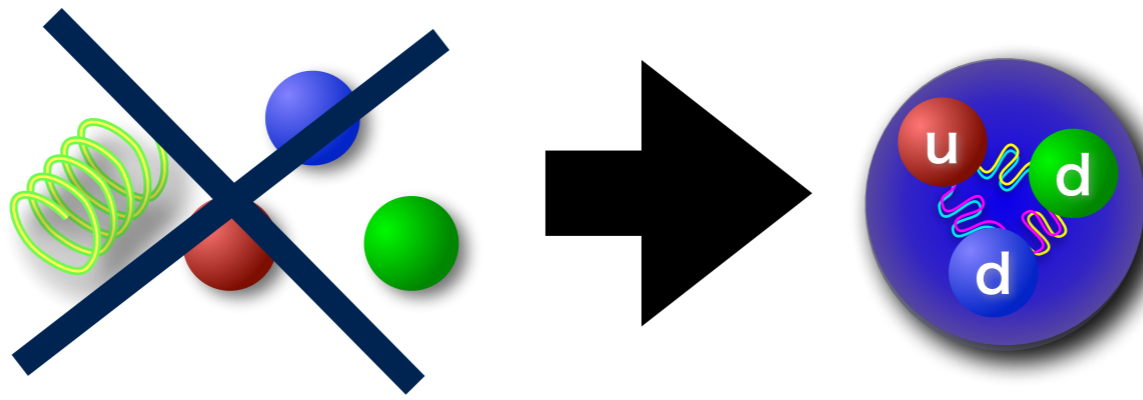
QEDとQCDの違い

QED:クーロンポテンシャル

QCD:閉じ込めポテンシャル



カラー電荷が閉じ込めら
クォーク単体では取り出せない



強い力は物質の質量の起源

素粒子の質量の起源: ヒッグス

クォークの質量 4-6 MeV

強い力は物質の質量の起源

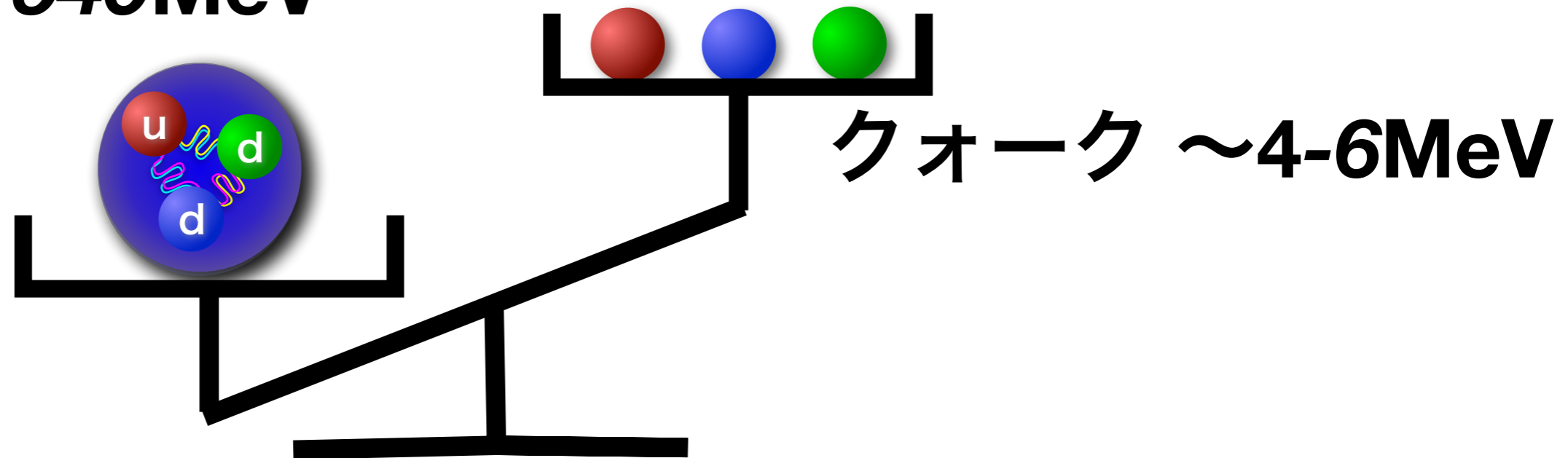
素粒子の質量の起源: ヒッグス

クォークの質量4-6 MeV

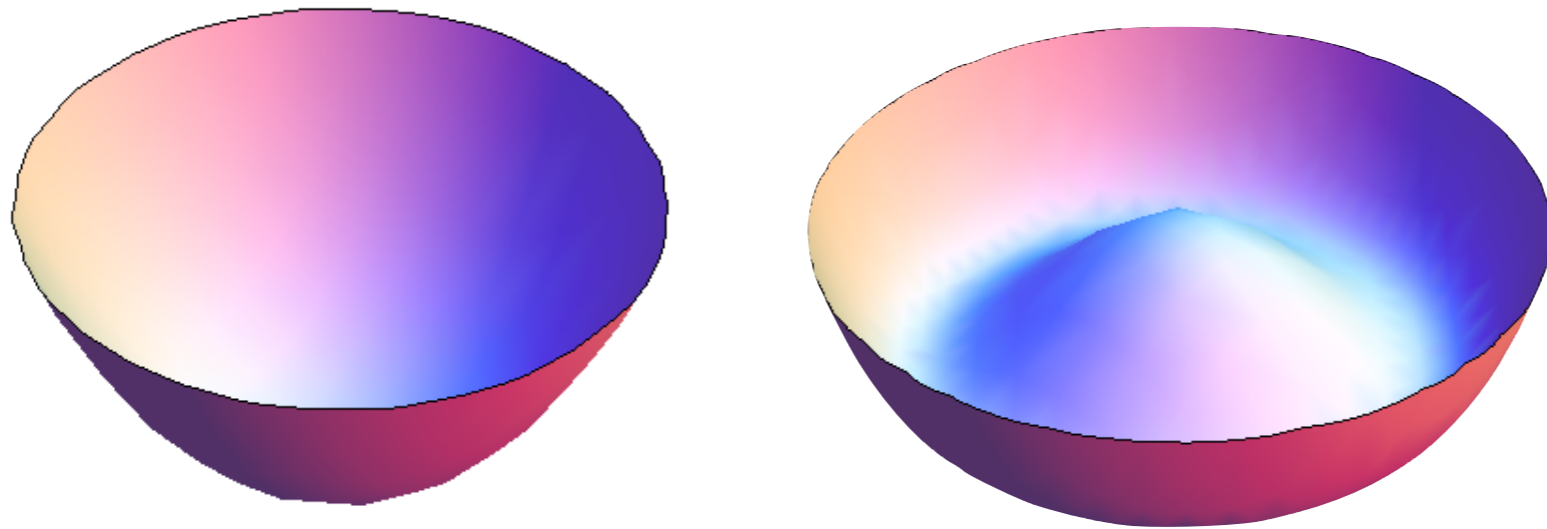
物質の質量の起源

身の回りの物質の質量の99%はQCD起源

核子 $\sim 940\text{MeV}$



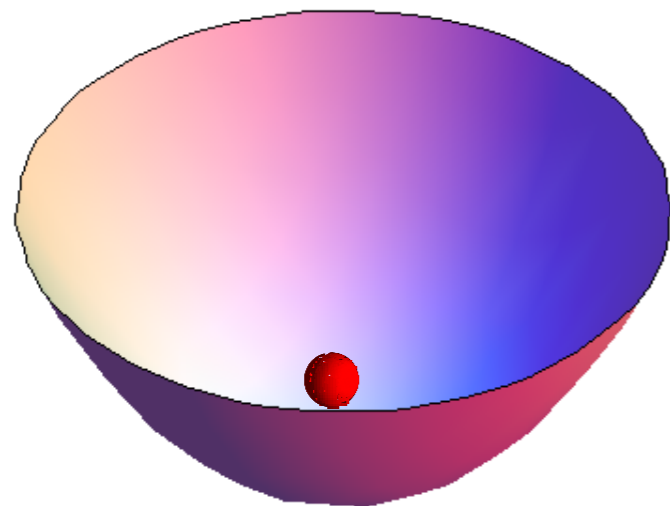
自発的対称性の破れ



南部陽一郎

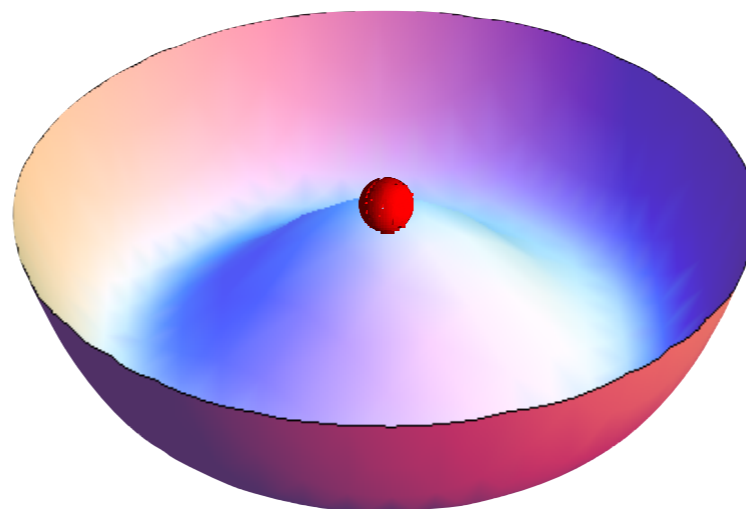
自発的対称性の破れ

対称

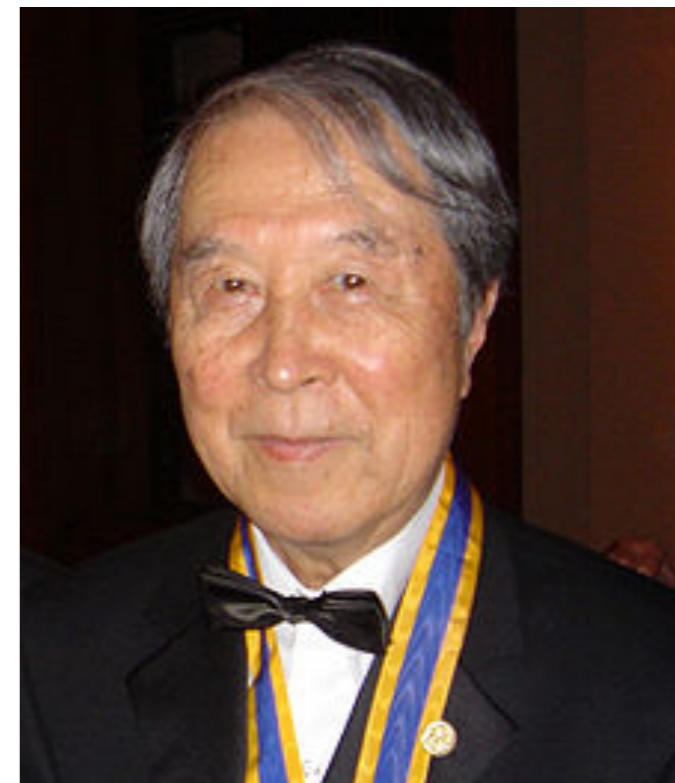


安定

対称



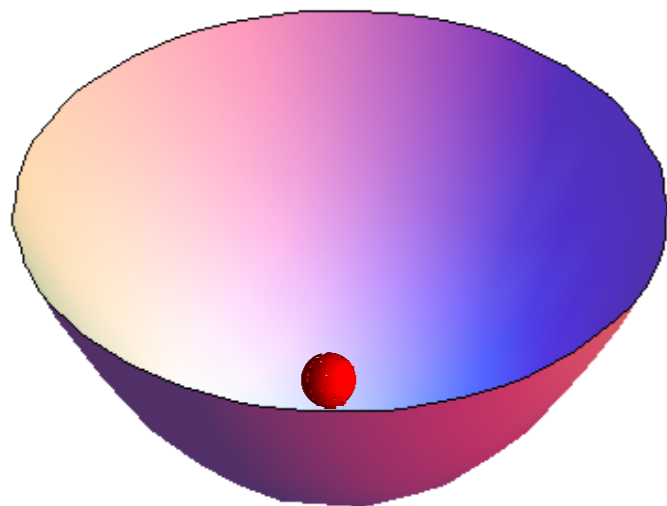
不安定



南部陽一郎

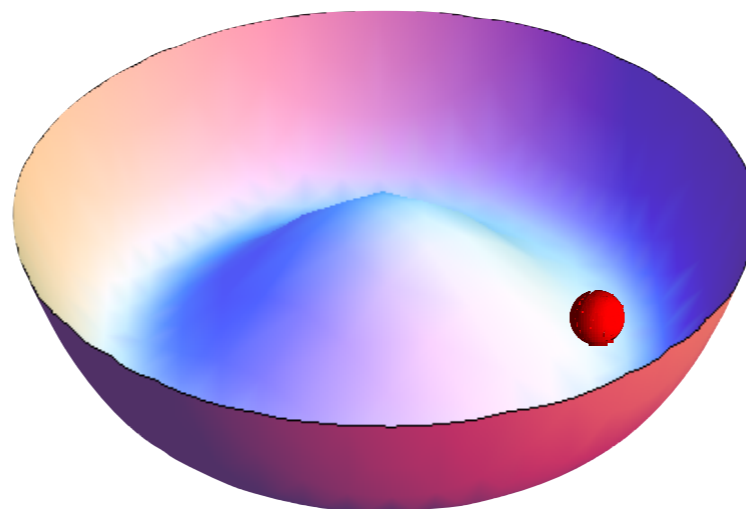
自発的対称性の破れ

対称



安定

対称



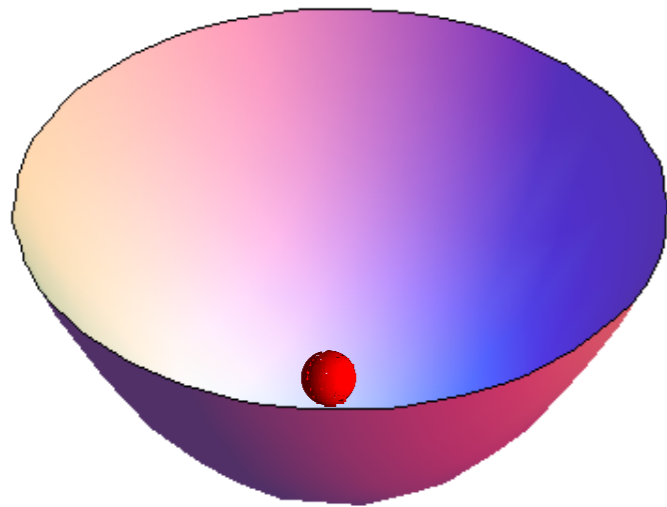
安定



南部陽一郎

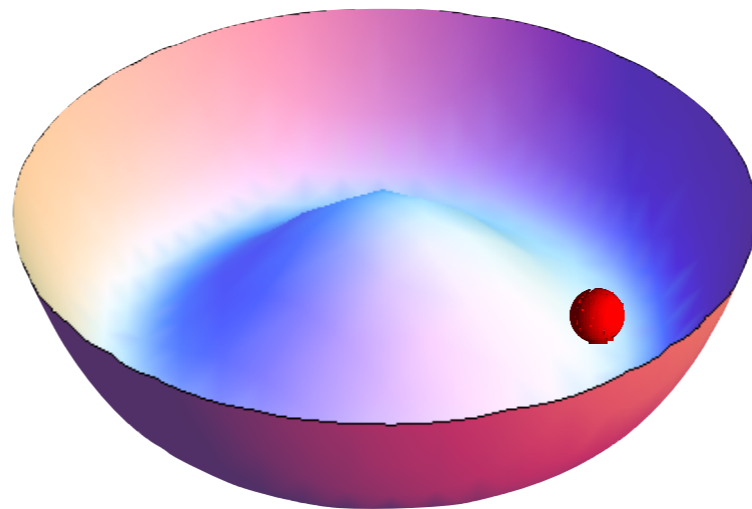
自発的対称性の破れ

対称



安定

対称



安定



南部陽一郎

自発的対称性の破れが起きると質量ゼロの粒子が現れる
(南部ゴールドストンの定理)

QCDの場合はクォークが質量がない場合に持っている対称性
(カイラル対称性)が自発的に破れている。パイ中間子が軽い。

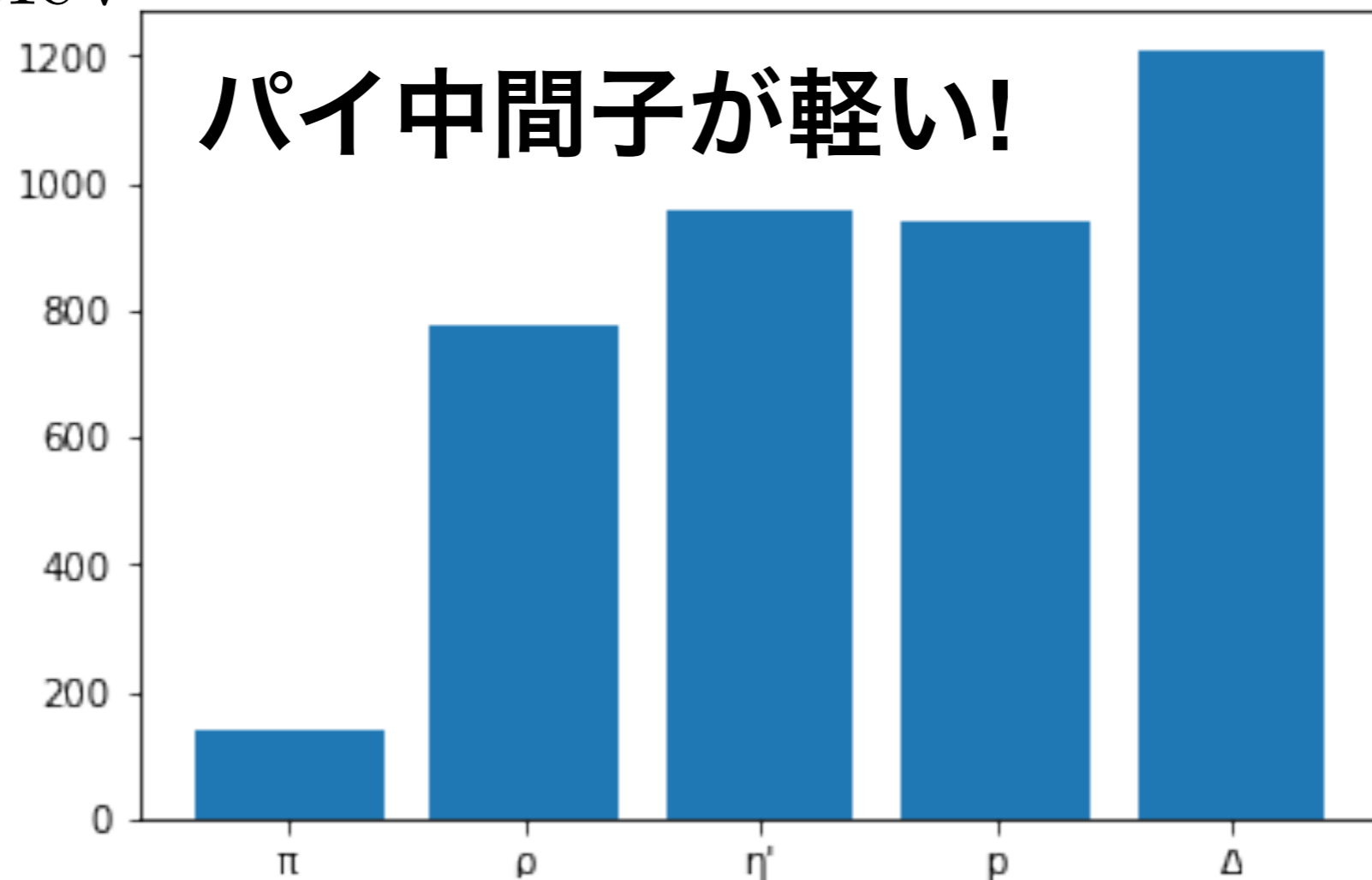
QCDの真空の性質まとめ

閉じ込め相

クォーク, グルーオンは単体で取り出せない

カイラル対称性が破れた相

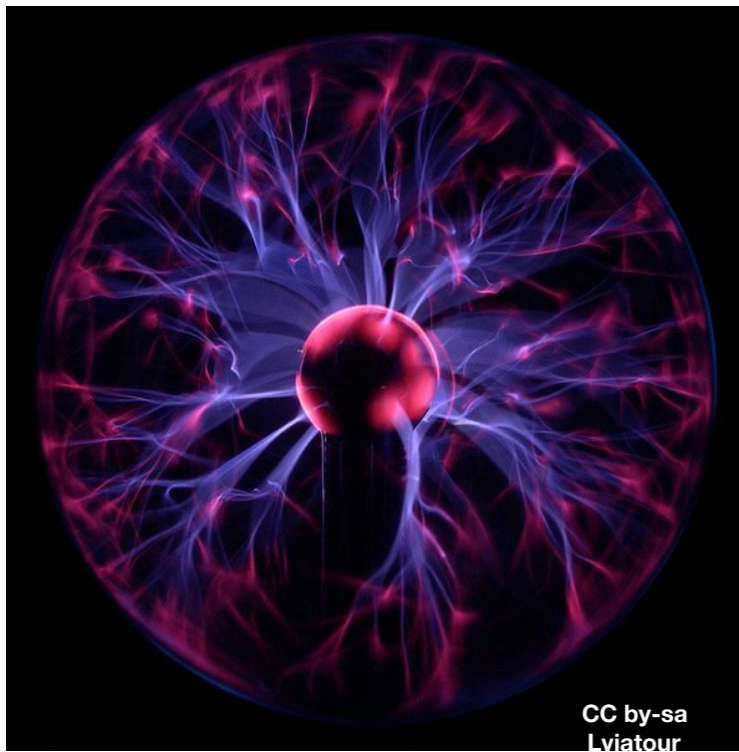
MeV



QCD真空の特徴

- カラーの閉じ込め
- カイラル対称性の自発的破れ

**クォークグルーオンプラズマ
とは何か？**



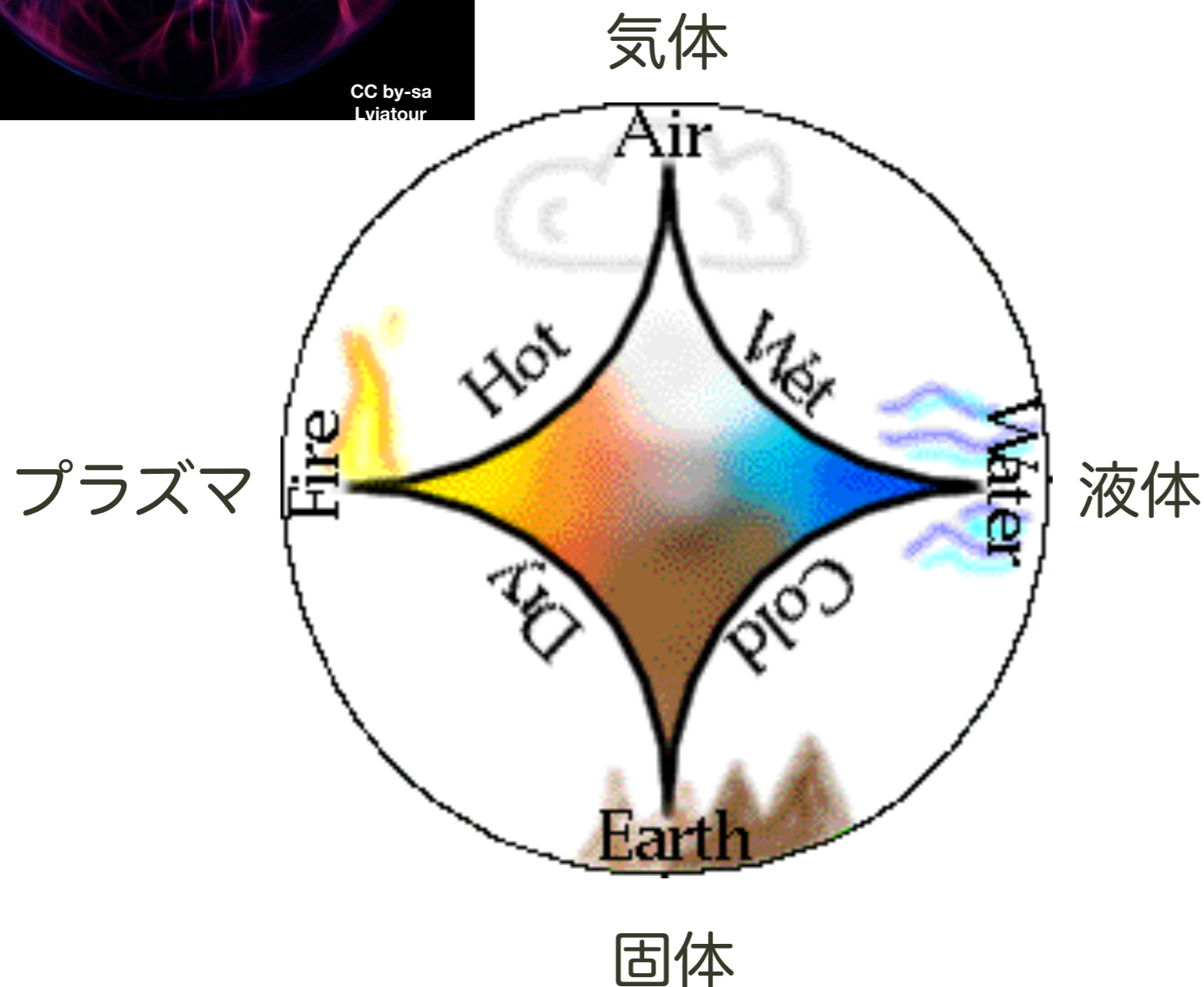
CC by-sa
Lviatour

プラズマ

「第4の物質の状態」

四元素説

エンペドクレス

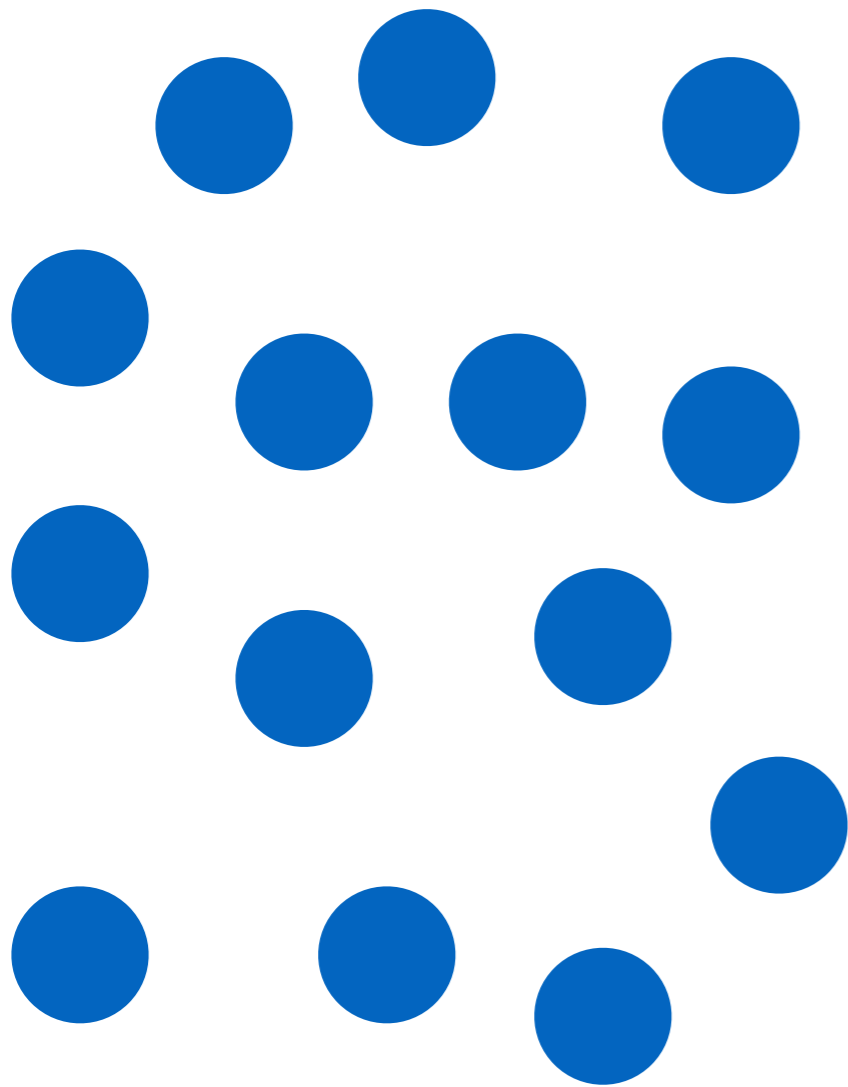


Empedocle's.

490 BC生まれ

物質の場合

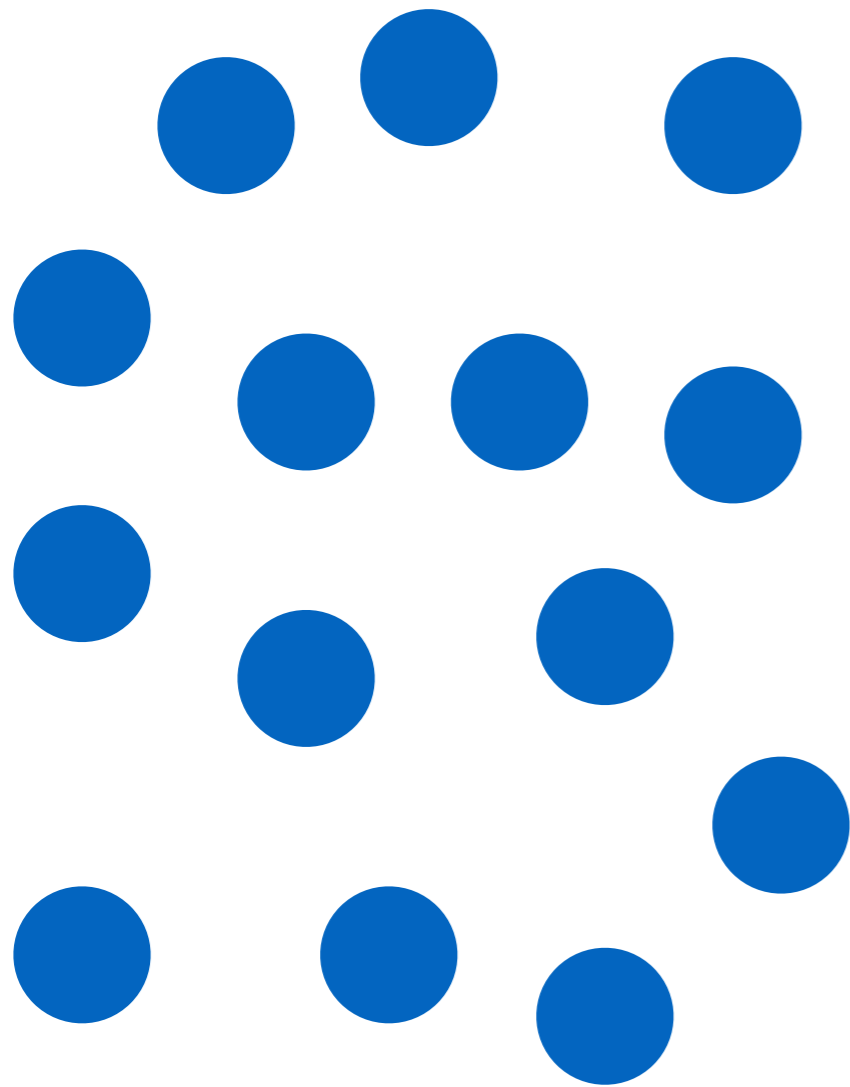
中性気体



電離

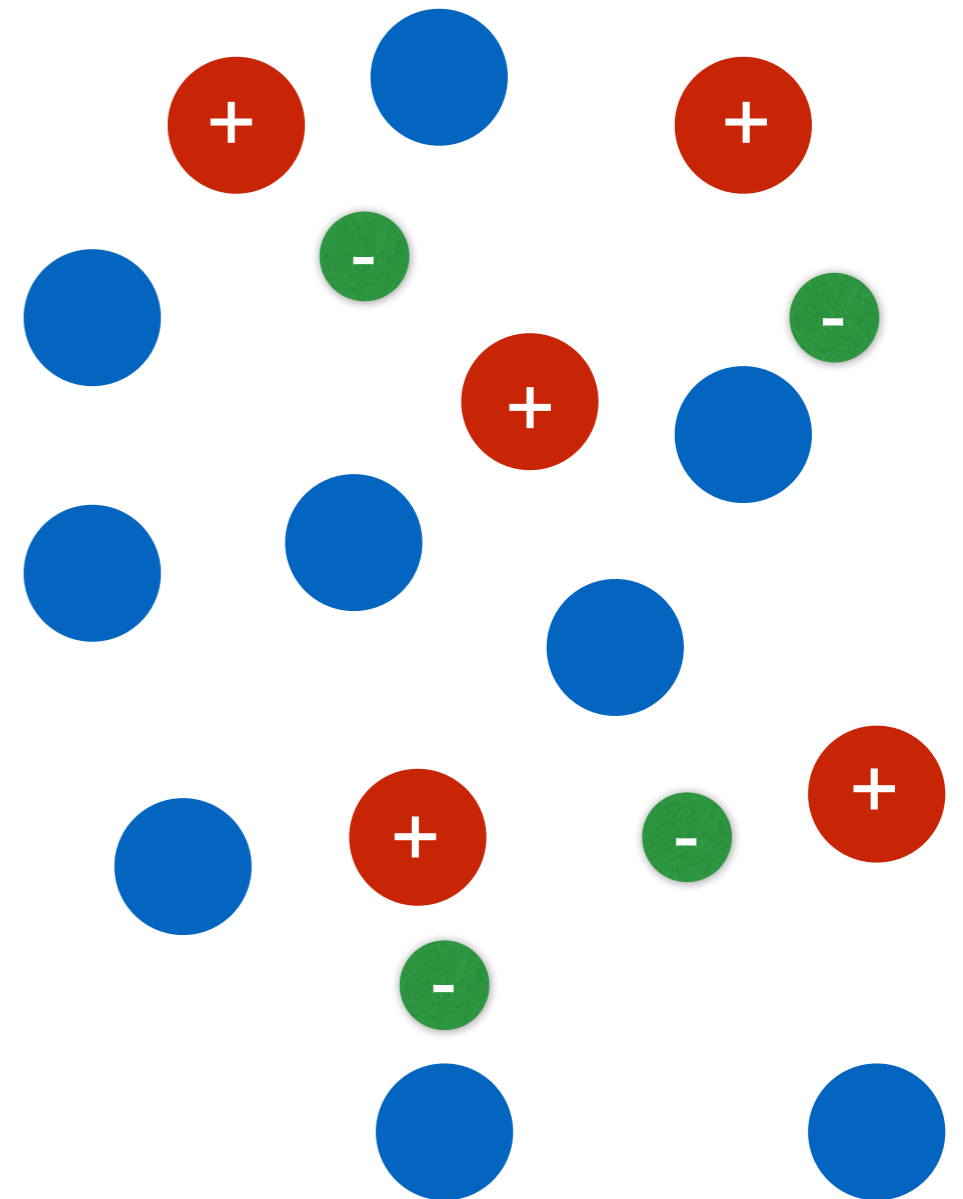
物質の場合

中性気体



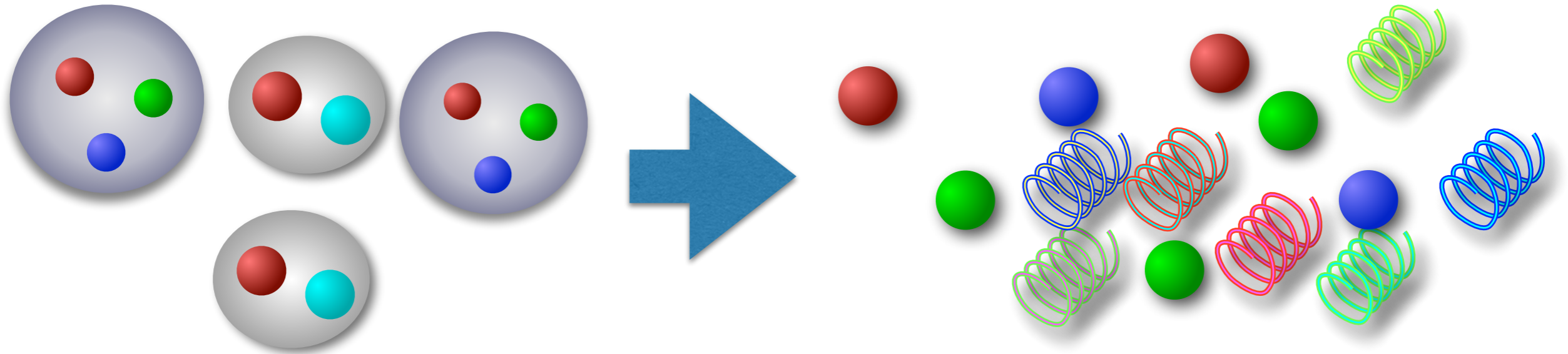
電離

プラズマ



クォークグルーオンプラズマ

クォークとグルーオンのプラズマ状態



人類が到達しうる唯一の‘真空の相転移’

閉じ込め相⇒非閉じ込め相

カイラル対称性が破れた相⇒回復した相

しかし、QGPへの転移は普通のプラズマと同じように
クロスオーバー

相転移がないけど違う相？

例) 気体と液体は同じ対称性でつながっている

1次相転移がある場合

2相を共存させた時、軽い方を**気体**、重い方を**液体**と呼んでいる。

1次相転移がなくても性質が違う

気体: 圧縮率が高い 粘性は温度が上がると上がる

液体: 圧縮率が低い 粘性は温度が上がると下がる

QGPを性質を特徴づける必要がある

物質の特徴づけ

静的性質

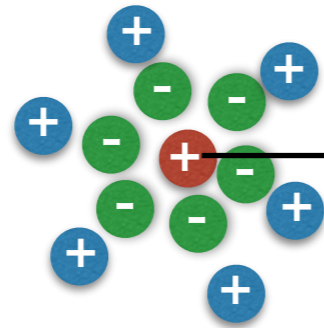
比熱, 音速, 圧縮率, など

動的性質

粘性, 伝導度, 緩和時間, 輸送現象など

プラズマの特徴

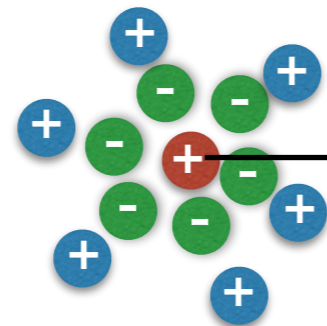
デバイ遮蔽



$$V(r) = \frac{e^{-r m_D}}{r} \quad m_D: \text{デバイ質量}$$

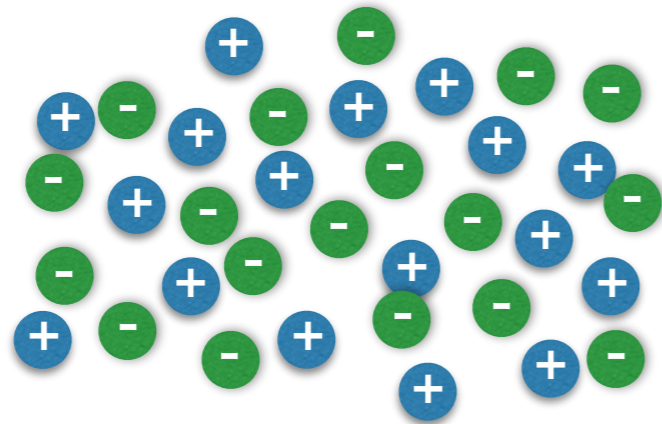
プラズマの特徴

デバイ遮蔽



$$V(r) = \frac{e^{-r m_D}}{r} \quad m_D: \text{デバイ質量}$$

プラズマ振動(集団励起)

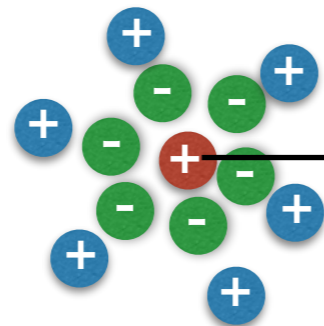


$$E = E_0 \cos \omega_p t$$

ω_p プラズマ振動数

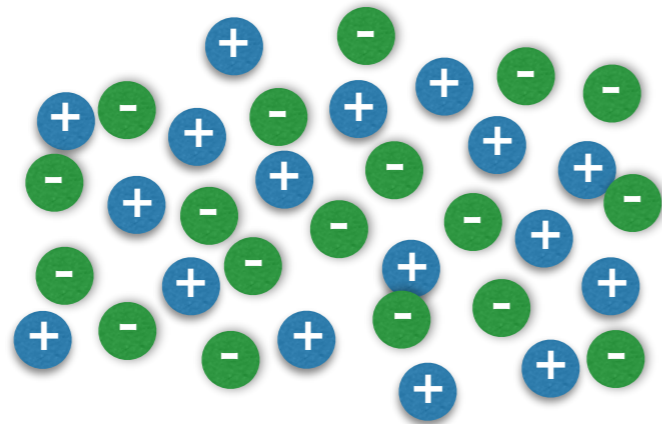
プラズマの特徴

デバイ遮蔽



$$V(r) = \frac{e^{-r m_D}}{r} \quad m_D: \text{デバイ質量}$$

プラズマ振動(集団励起)

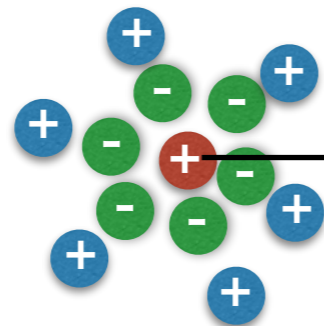


$$E = E_0 \cos \omega_p t$$

ω_p プラズマ振動数

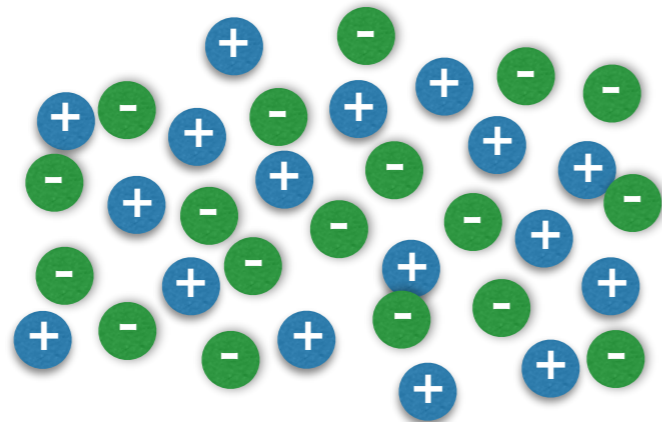
プラズマの特徴

デバイ遮蔽



$$V(r) = \frac{e^{-r m_D}}{r} \quad m_D: \text{デバイ質量}$$

プラズマ振動 (集団励起)



$$E = E_0 \cos \omega_p t$$

ω_p プラズマ振動数

ランダウ減衰



プラズマ粒子による吸収

など

プラズマの3条件

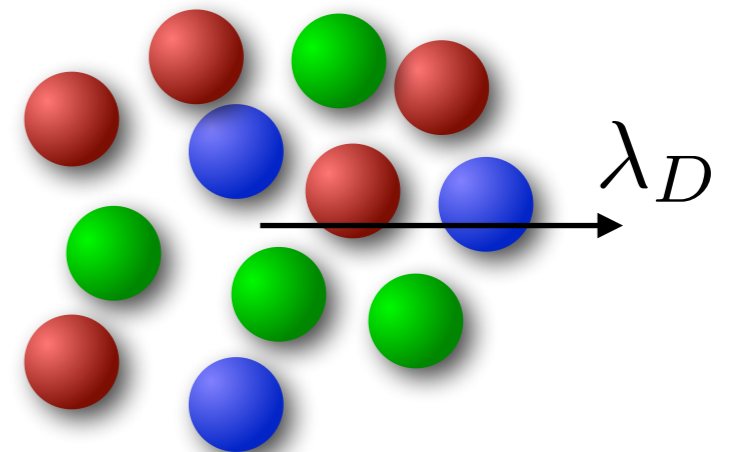
プラズマらしくあるために

システムサイズ: $L \gg \lambda_D = 1/m_D$
デバイ長

時間スケール: $t \gg 1/\omega_P$
プラズマ振動数

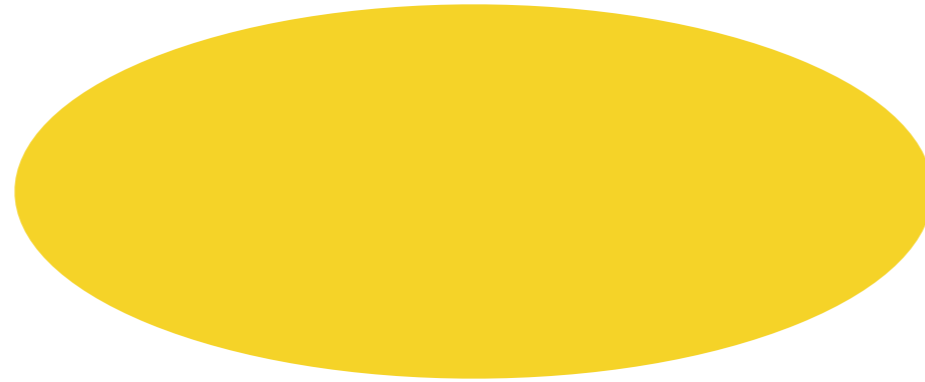
プラズマパラメータ: $\Lambda \gg 1$
半径 λ_D の球中の粒子の数

$$\Lambda = \frac{4\pi}{3} \lambda_D^3 n \sim \frac{4\pi}{3} \lambda_D^3 s$$



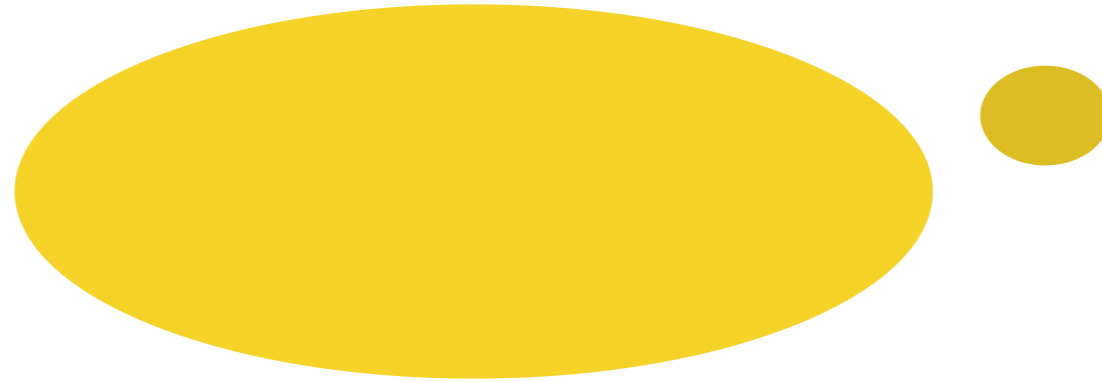
どうやって性質を調べるか？

系に摂動を加える(線形応答)



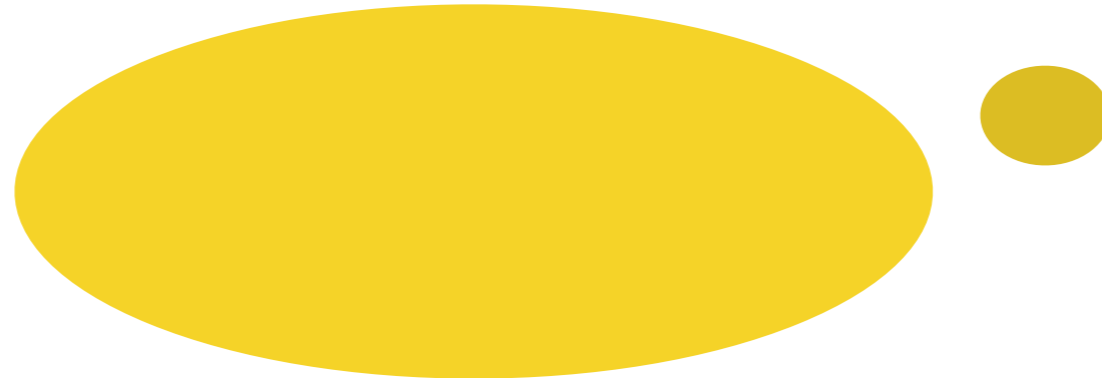
どうやって性質を調べるか？

系に摂動を加える(線形応答)



どうやって性質を調べるか？

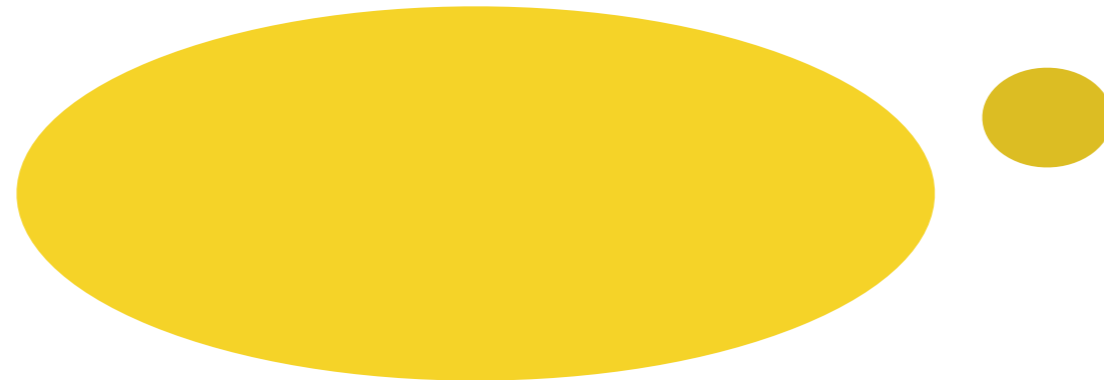
系に摂動を加える(線形応答)



これは重イオン実験では難しい

どうやって性質を調べるか？

系に摂動を加える(線形応答)



これは重イオン実験では難しい

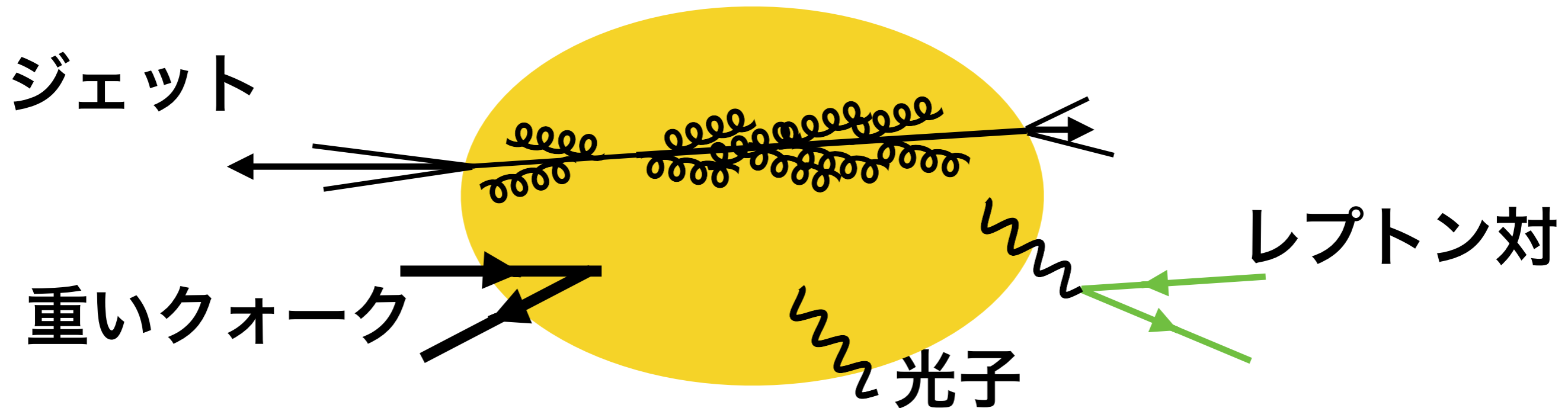
系から出てくるものを観測する

ジェット

重いクォーク

光子

レプトン対



どうやって性質を調べるか？

流体模型のパラメータから読み取る

流体方程式 $\partial_{\mu} T^{\mu\nu} = 0$

$$T^{\mu\nu} = (e + p)u^{\mu}u^{\nu} + p\eta^{\mu\nu}$$

エネルギー密度 圧力 流速

$$-2\eta\sigma^{\mu\nu} - \zeta\Delta^{\mu\nu}\partial_{\alpha}u^{\alpha}$$

状態方程式

$p(e)$: 圧力とエネルギーの関係

輸送係数

η : ずれ粘性 ζ : 体積粘性

理論的アプローチ

	格子QCD	摂動論	AdS/CFT	有効模型
静的	○	○	○	○
動的	X	○	○	○
利点	非摂動	計算 しやすい	強結合	扱い易い
欠点	動的がものが 扱にくい	強結合が 苦手	QCDでは ない	QCDでは ない

重イオン実験で到達可能な温度は弱結合？強結合？

Laine, Schröder, hep-ph/0503061, 0603048

[Laine, Schröder, hep-ph/0503061]

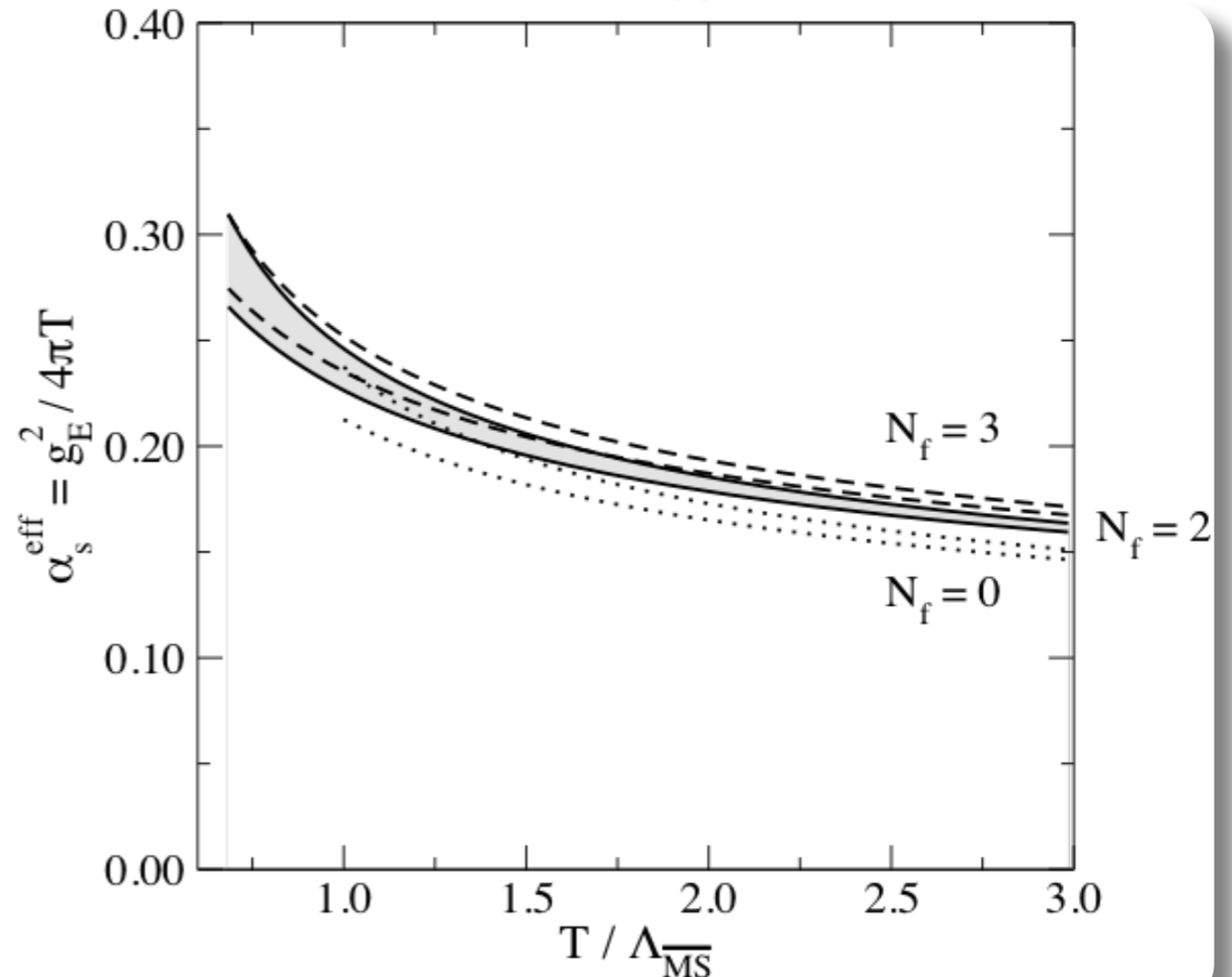
Gauge coupling

$$g \sim 2$$

$$\alpha_S \sim 0.3$$

't Hooft coupling

$$\lambda = g^2 N_c \sim 12$$



靜的性質

QCD摂動計算:自由ガス

Stephan-Boltzmann

$$\text{圧力: } p = d \frac{\pi^2}{90} T^4$$

$$\text{エントロピー: } s = 4d \frac{\pi^2}{90} T^3 = 4 \frac{p}{T}$$

$$\begin{aligned} \text{エネルギー: } e &= 3d \frac{\pi^2}{90} T^4 = 3p \\ &= \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} E_k n(E_k) \end{aligned}$$

$$\text{自由度 } d = 2 \underbrace{(N_c^2 - 1)}_{\text{ヘリシティ}} + 2 \times \underbrace{2N_c}_{\text{カラー}} \underbrace{N_f}_{\text{フレーバ}} \times \underbrace{\frac{7}{8}}_{\text{統計性}}$$

グルーオン **クォーク**

cf. AdS/CFT

$$p = \frac{3}{4} d \frac{\pi^2}{90} T^4$$

高次補正

Shuryak ('78), Chin('78)

Kapusta('79)

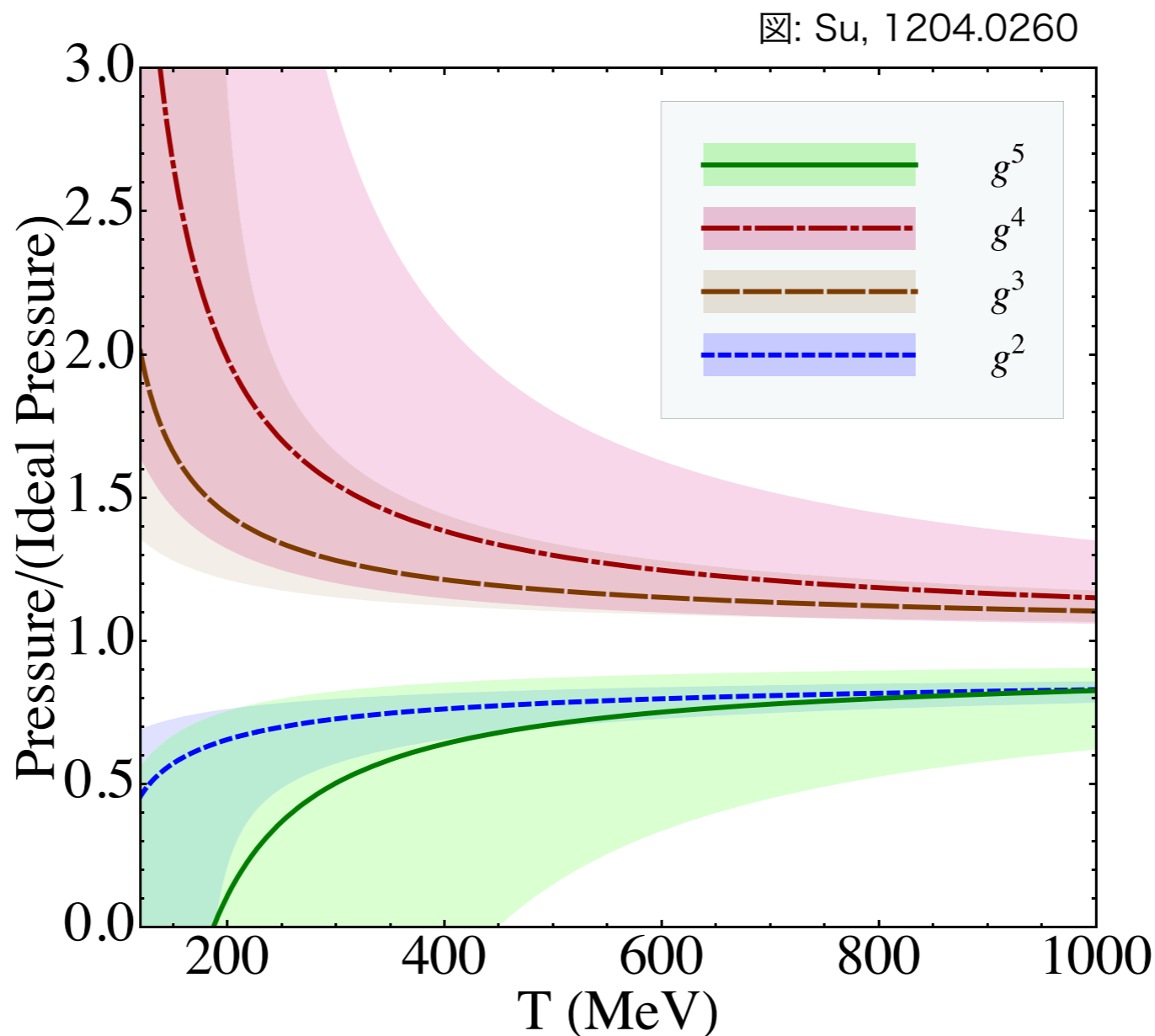
Toimela('83)

Arnold and C. Zhai('94)

$$p/T^4 = c_0 + c_2 g^2 + c_3 g^3 + (c'_4 \ln g + c_4) g^4 + (c'_5 \ln g + c_5) g^5 + (c'_6 \ln g) g^6 + \mathcal{O}(g^6)$$

Zhai and B. Kastening('95)

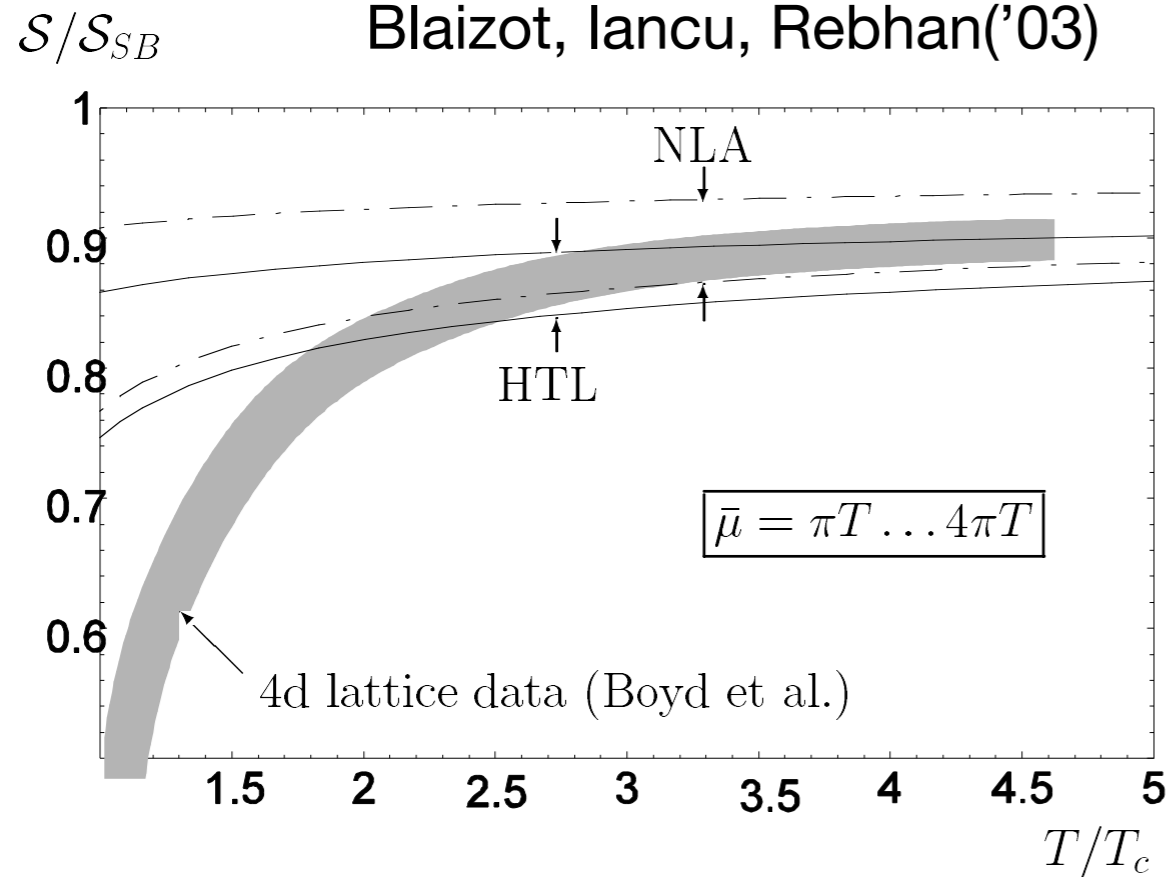
Kajantie, Laine, Rummukainen, and Schröder ('03)



改善された摂動論

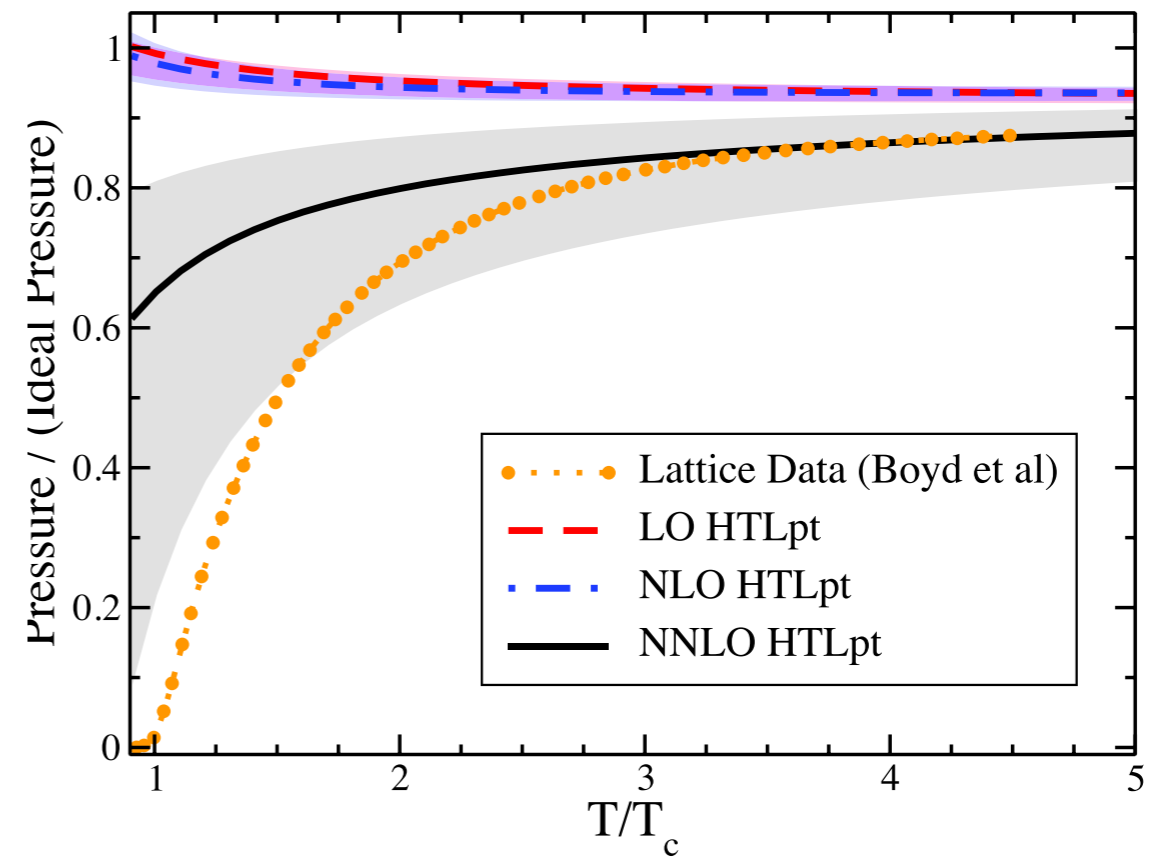
2PI形式

Blaizot, Iancu, Rebhan('03)



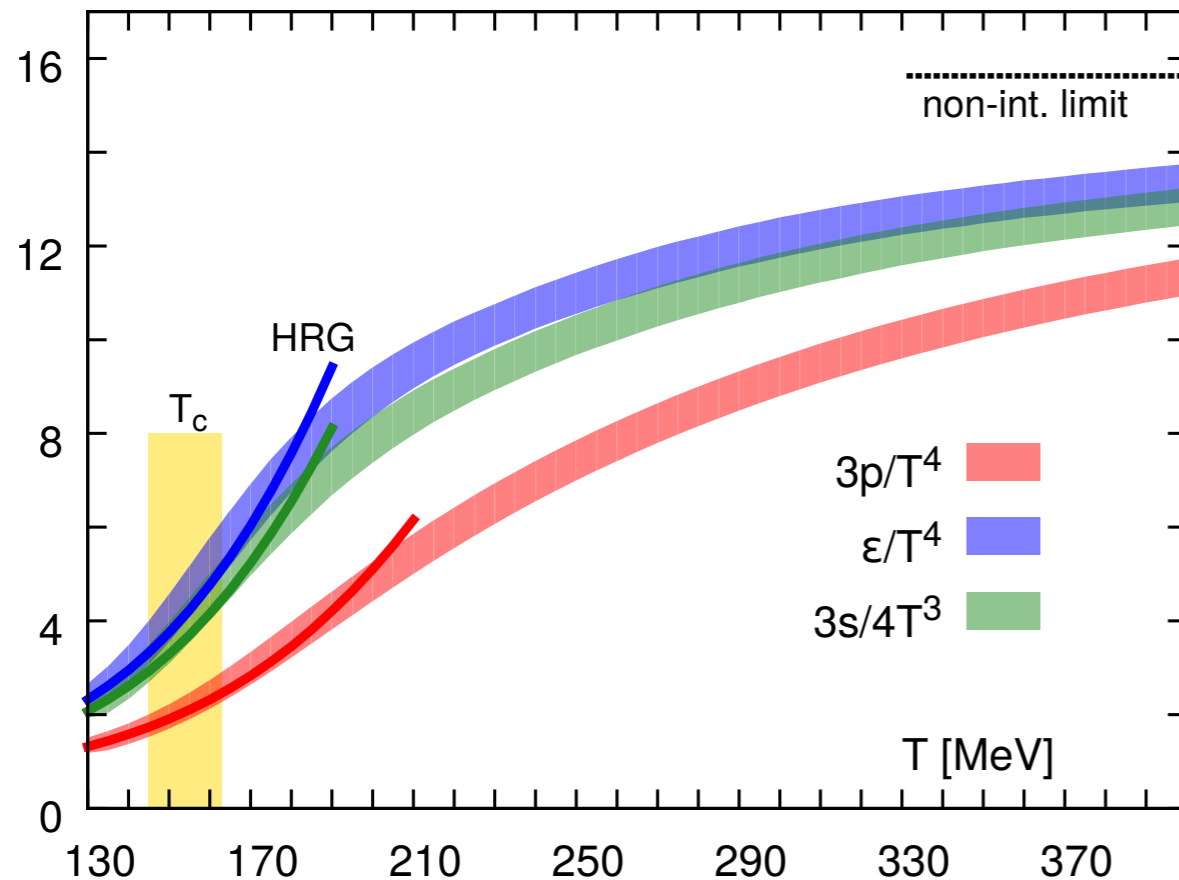
HTL摂動論

Andersen, Strickland, Su('10)

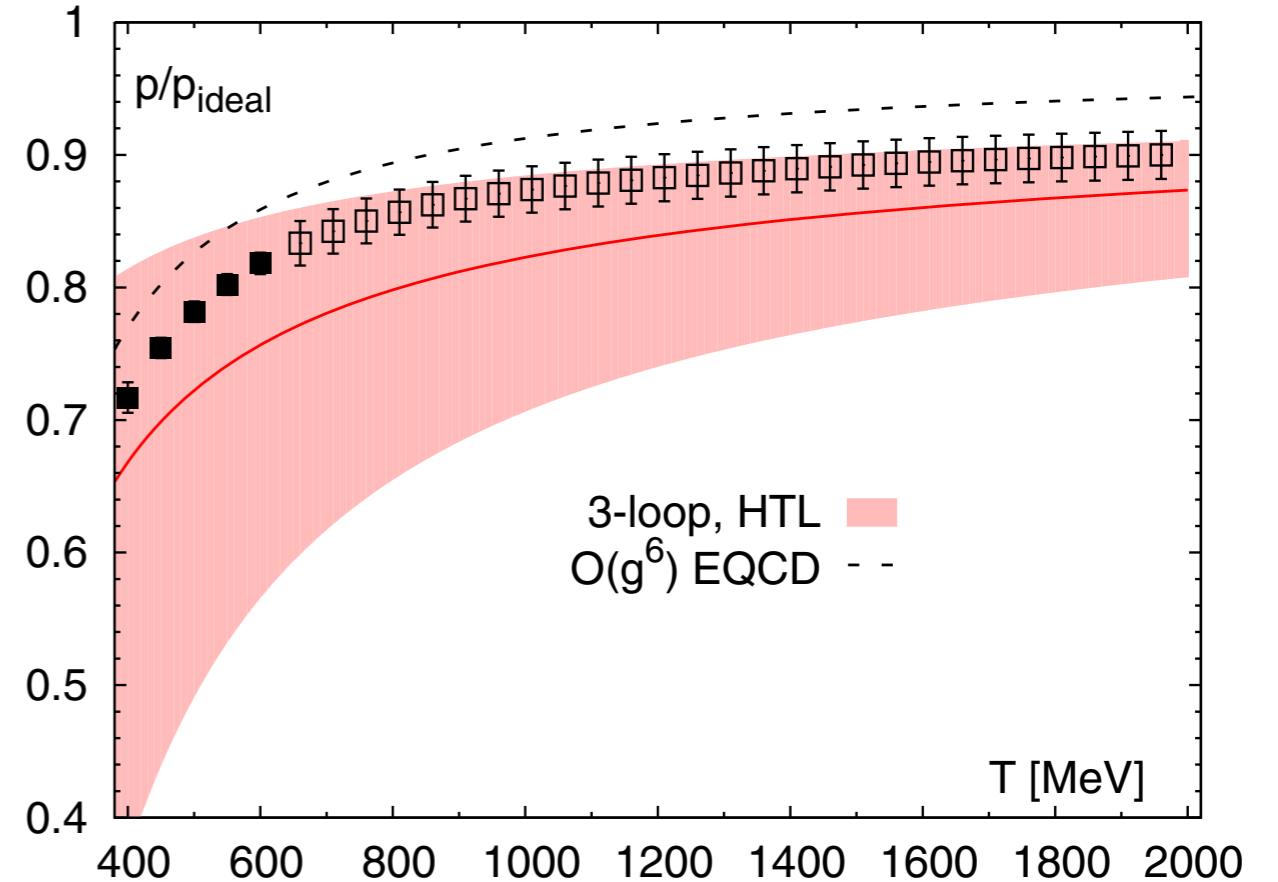


格子QCD計算と改良された摂動論

Bazavov, et al, Phys. Rev. D90 (2014) 094503



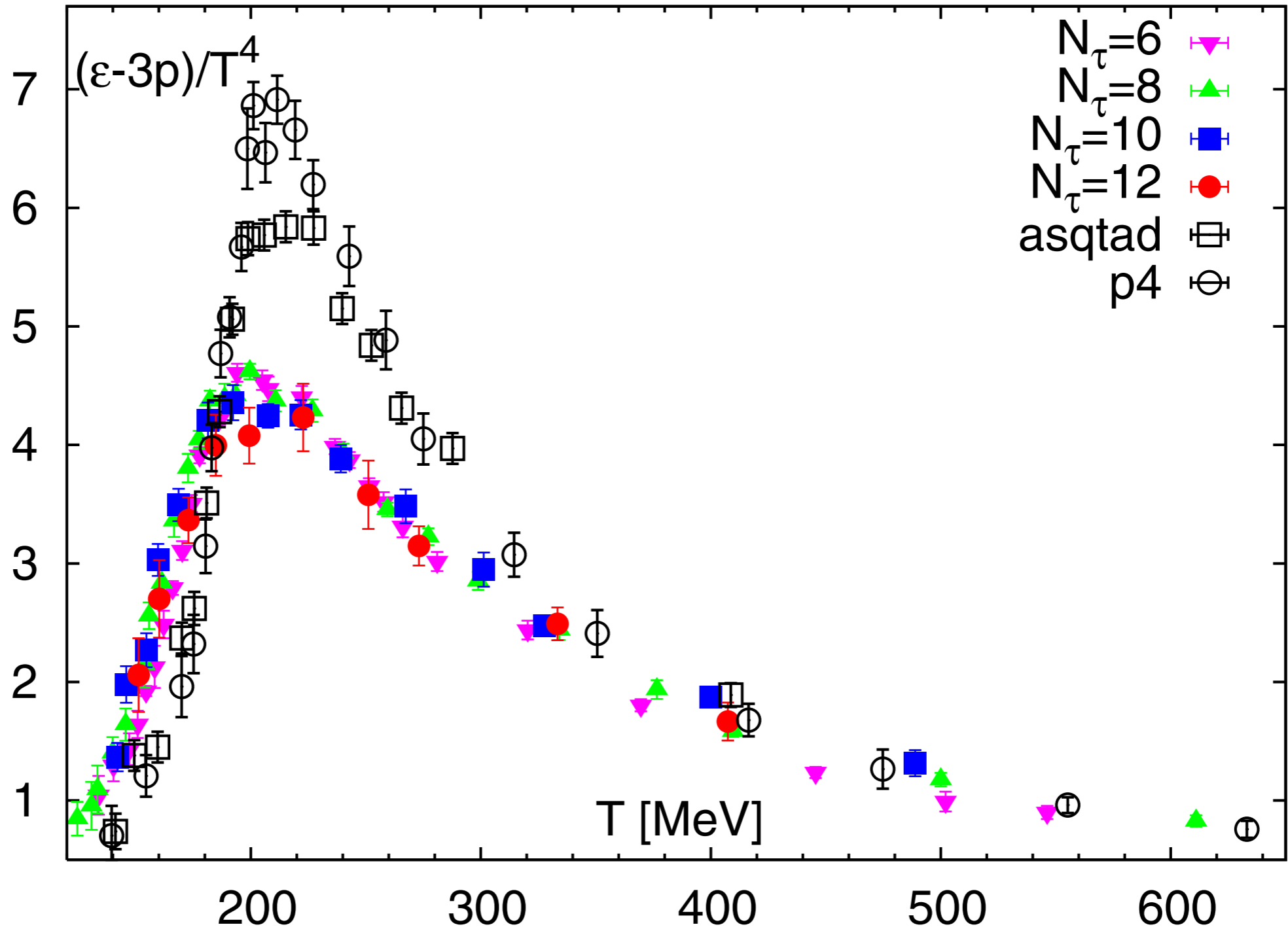
Bazavov, Petreczky, Weber, Phys. Rev. D97 (2018) 014510



約160MeV~1.6兆度で相転移 (1eV~1万度)

e-3p

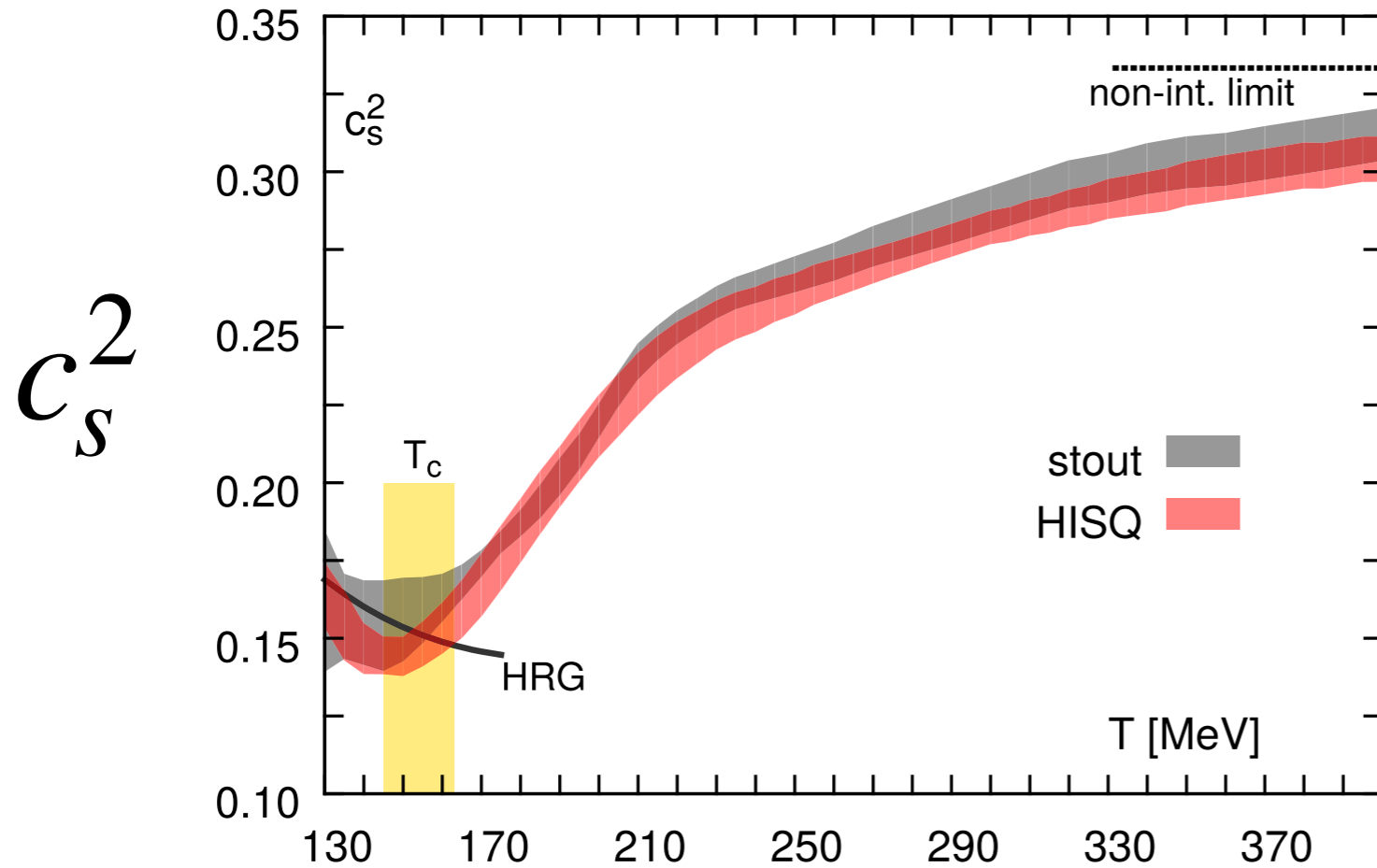
Bazavov, et al, Phys. Rev. D90 (2014) 094503



c.f. $\epsilon - 3p > 0$ Landau 統計力学I(古典論)

音速

Bazavov, et al, Phys. Rev. D90 (2014) 094503



$$c_s^2 = \frac{\partial p}{\partial \epsilon}$$

$$c_s^2 < \frac{1}{3} ?$$

Bedaque, Steiner, PRL114, 031103(2015)

Moustakidis, Gaitanos, Margaritis, Lalazissis, PRC95, 045801(2017)

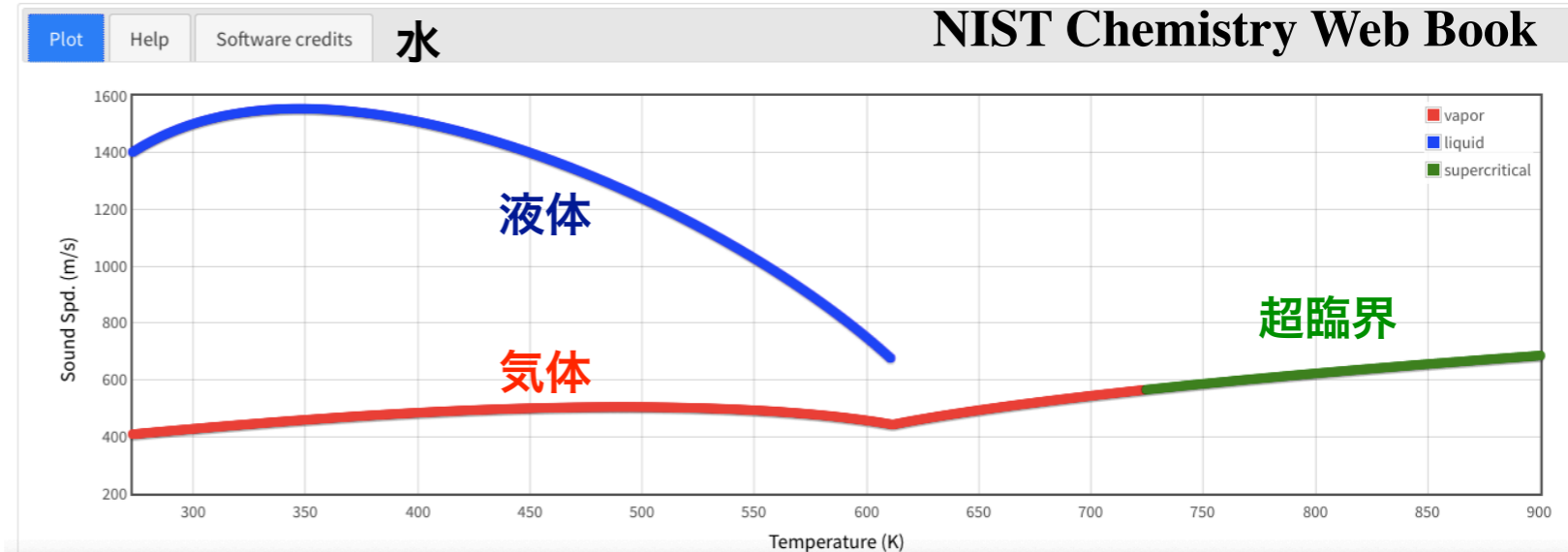
通常の物質の音速は,

固体 > 液体 > 気体

気体: 温度とともに上昇

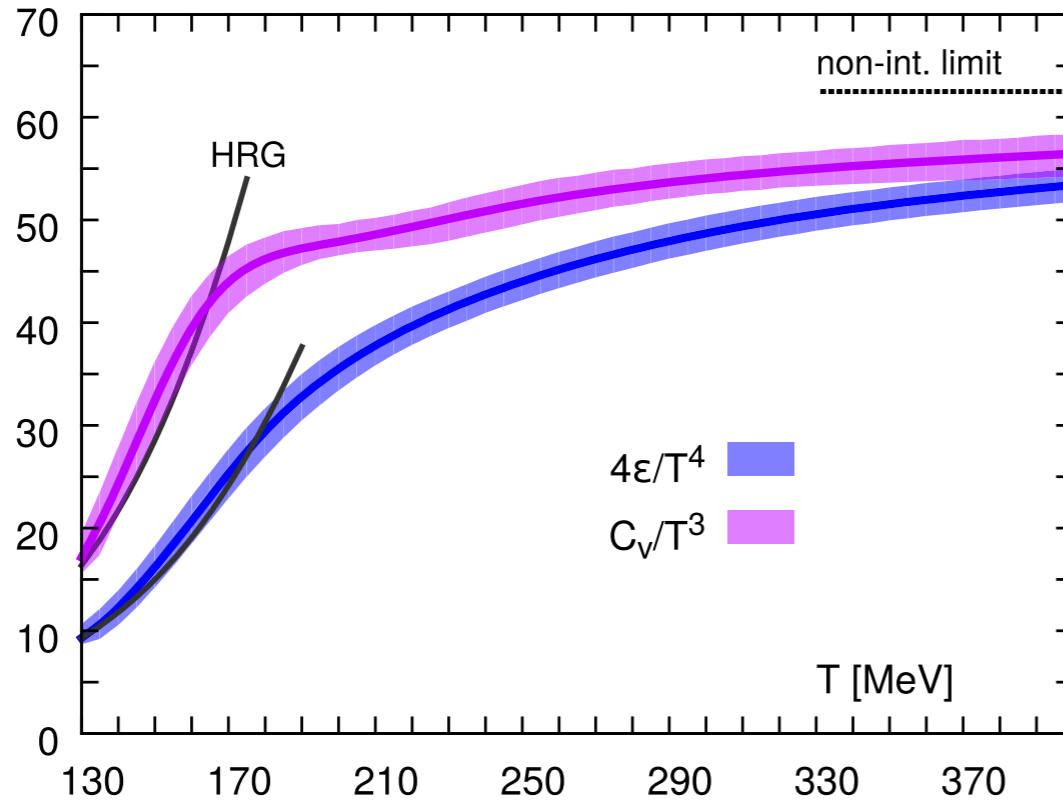
液体: 温度とともに典型的には減少

Isochoric Data for D = 5.0000 mol/l



定積比熱

Bazavov, et al, Phys. Rev. D90 (2014) 094503



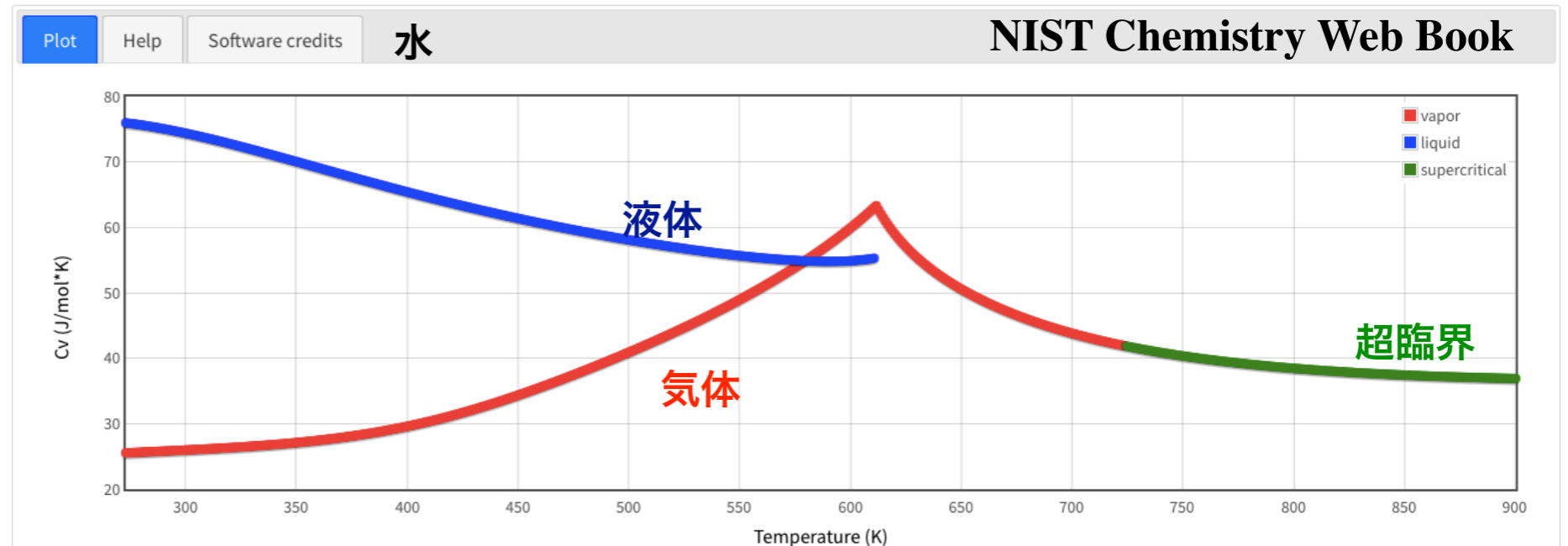
温度と共に単調増加

典型的に
液体 > 気体

気体: 温度とともに上昇

液体: 温度とともに減少

Isochoric Data for $D = 5.0000$ mol/l



QGPのプラズマらしさ

	摂動論 ($N_c=N_f=3$), $g \ll 1$	Large- N_c	AdS/CFT
s	$21.T^3$	$O(N_c^2)$	$\frac{\pi^2}{2} N_c^2 T^3 = \frac{3}{4} s_{\text{SB}}$ Gubser, Klebanov, Peet, hep-th/9602135
λ_D	$0.8/gT$	$O(1)$	$0.92/T$ Bak, Karch, Yaffe, 0705.0994
Λ	$48./g^3$	$O(N_c^2)$	$16.N_c^2$

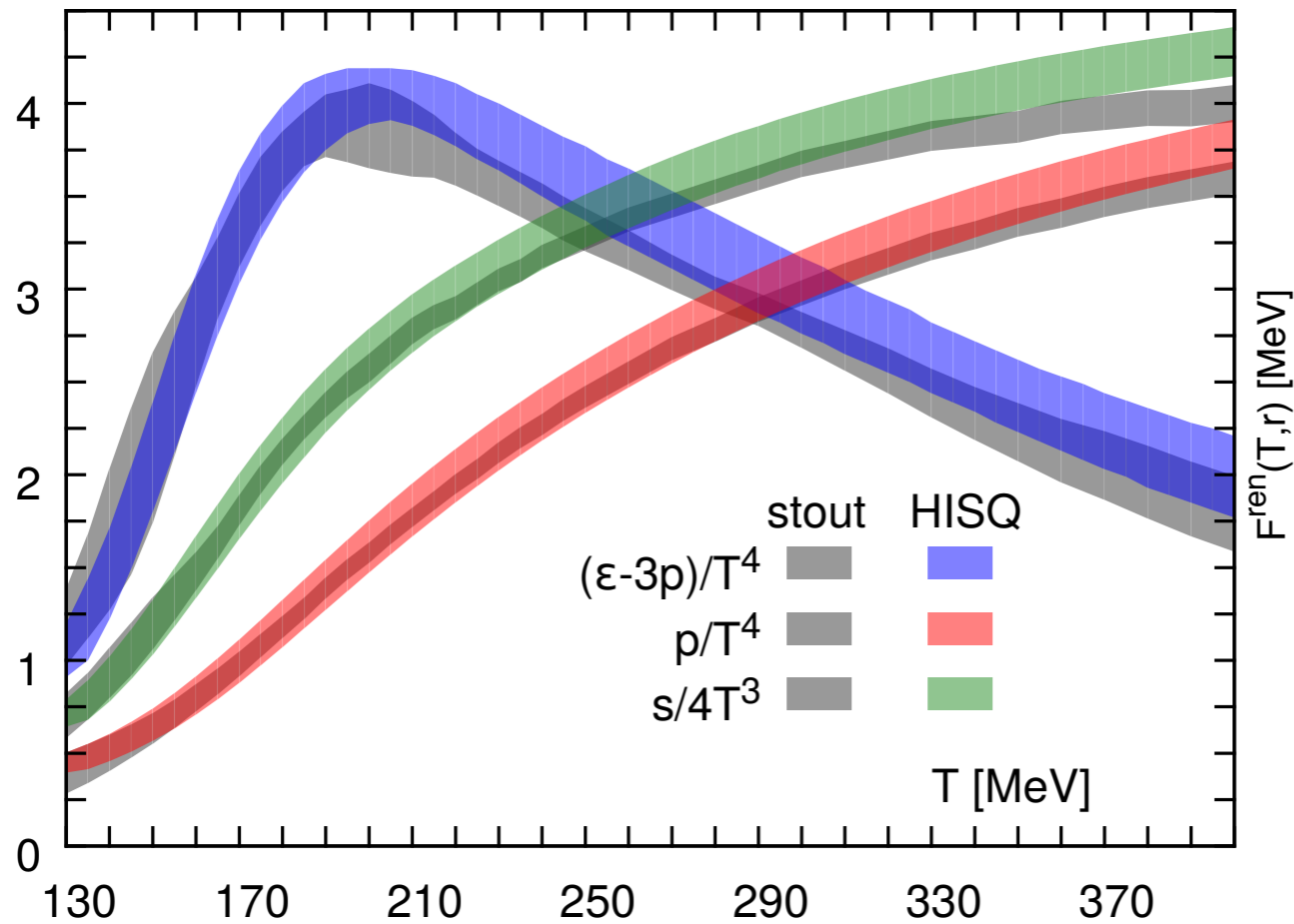
どの解析もプラズマパラメータは大きい

$$\Lambda = \frac{4\pi}{3} \lambda_D^3 n \sim \frac{4\pi}{3} \lambda_D^3 s \gg 1$$

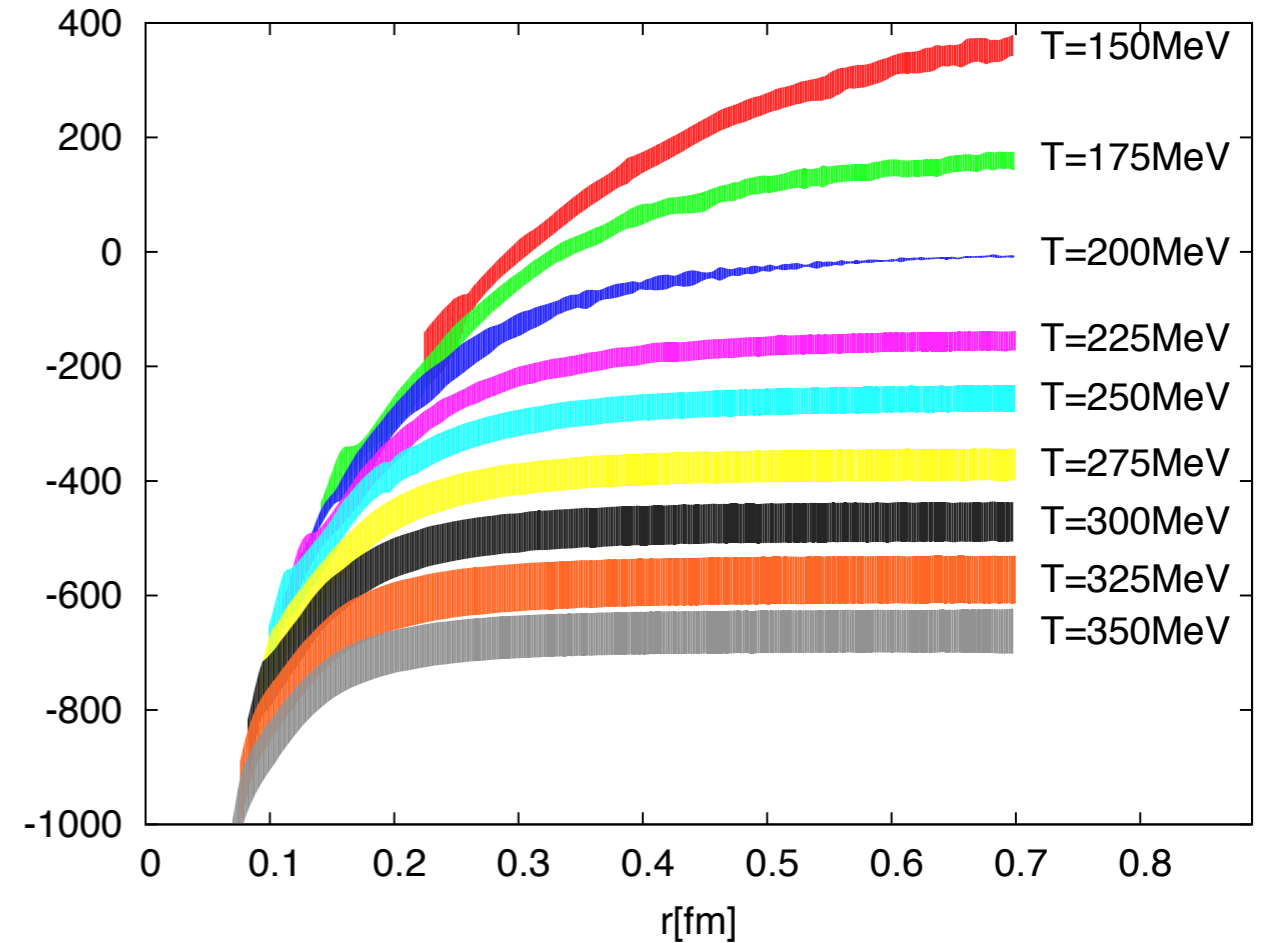
しかし興味あるQGPでは？

格子QCD(2+1 flavor)

Soltz, DeTar, Karsch, Mukherjee, Vranas 1502.02296



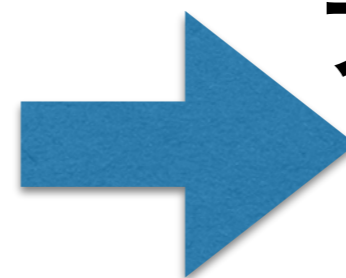
Borsányi, Fodor, Katz, Pásztor, Szabó, Török 1501.02173



$$s \sim 16T^3$$

$$M_E \sim 2/\lambda_D = 7.3T$$

$$\lambda_D = 0.27/T$$



プラズマパラメータ

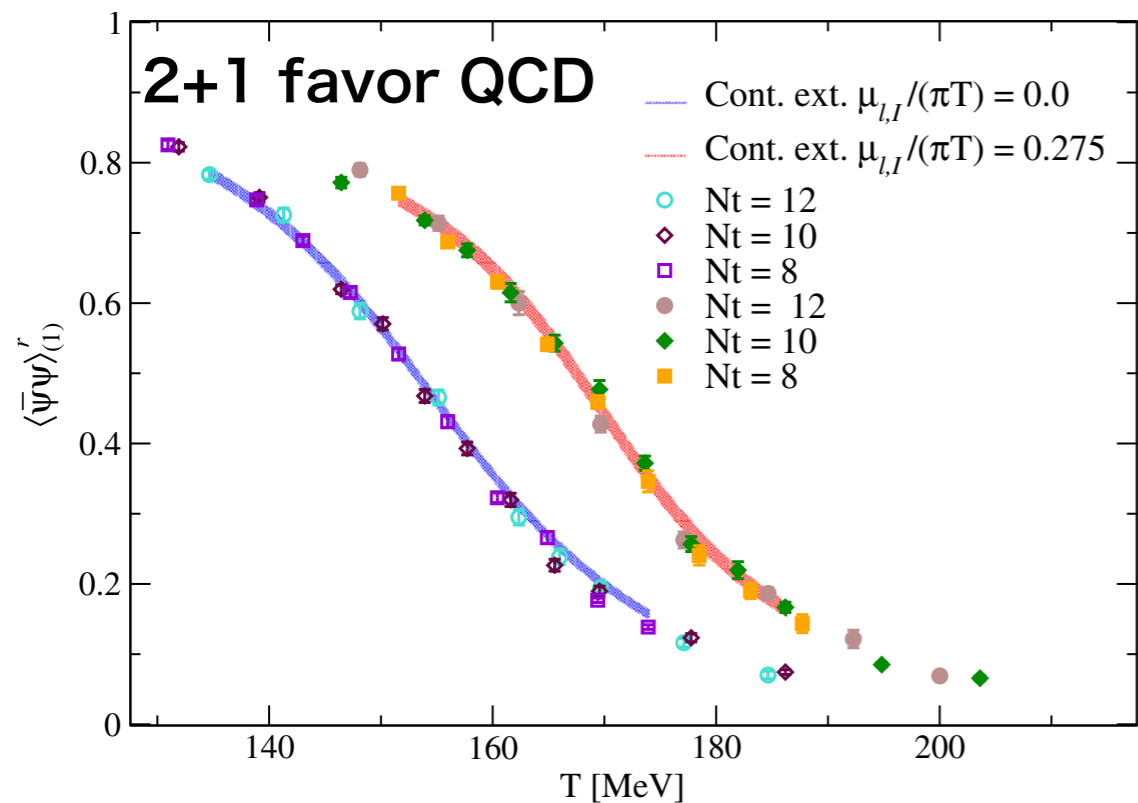
$$\Lambda = 1.4$$

強結合プラズマ

カイラル対称性の回復

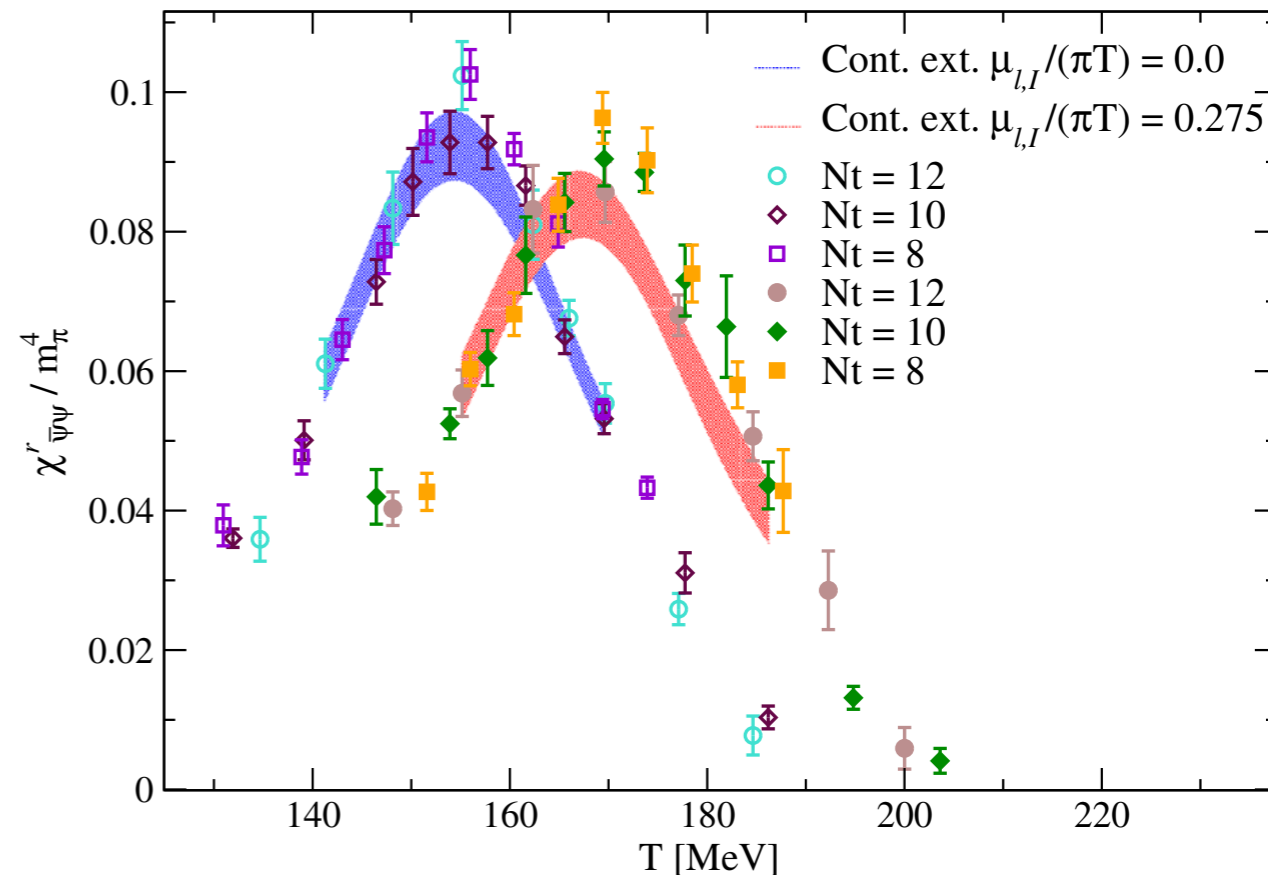
カイラル凝縮

Bonati et al, Phys. Rev. D 92, 054503 (2015)



カイラル感受率

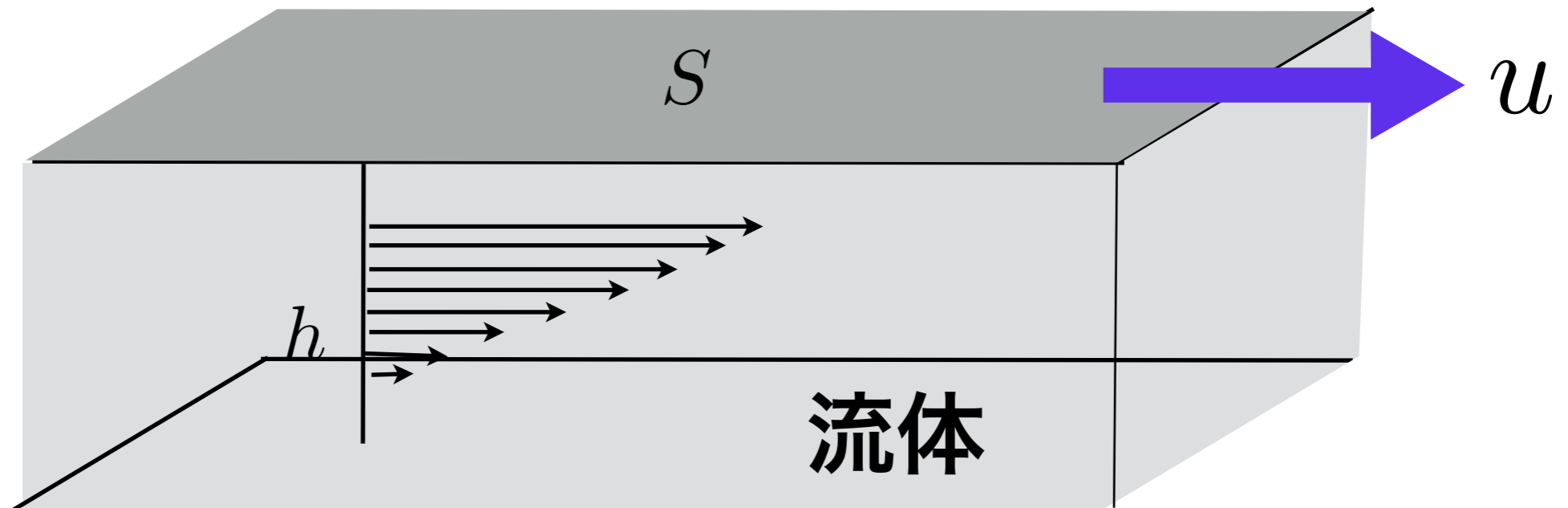
Bonati et al, Phys. Rev. D 92, 054503 (2015)



転移温度は $T_c \simeq 155$ MeV

動的性質

輸送係数: 例) ずり粘性



$$\text{力: } F = \eta \frac{Su}{h}$$

$$\text{ずり粘性: } \eta \sim np\lambda = \frac{p}{\sigma_{\text{tr}}} \quad \text{Maxwell (1860)}$$

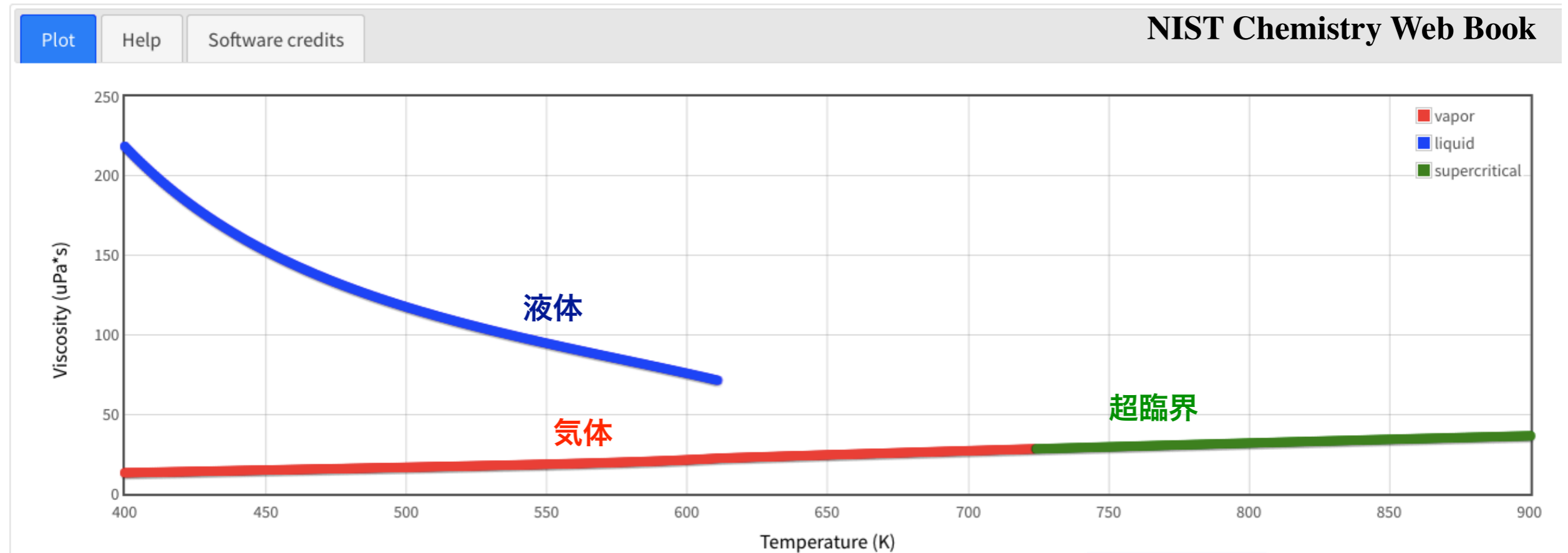
輸送断面積

$$\sigma_{\text{tr}} = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} (1 - \cos \theta) \sim \frac{g^4 T^2 \ln \theta^*}{T^3} = g^4 T^2 \ln 1/g$$

$$\eta \sim \frac{1}{g^4 \ln c/g}$$

輸送係数の典型的振る舞い

Isochoric Data for $D = 5.0000 \text{ mol/l}$



温度があがると粘性は

液体: さがる

ガス: あがる

相互作用が輸送に効く

運動エネルギーが輸送に効く

輸送係数の計算

久保公式

$$\sigma^{ij} = \int_0^\infty dt \int d^3x \int_0^\beta d\tau \langle j^i(t - i\tau, \boldsymbol{x}) j^j(0, \mathbf{0}) \rangle$$

輸送係数 実時間の相関が必要

輸送係数の計算

久保公式

$$\sigma^{ij} = \int_0^\infty dt \int d^3x \int_0^\beta d\tau \langle j^i(t - i\tau, \mathbf{x}) j^j(0, \mathbf{0}) \rangle$$

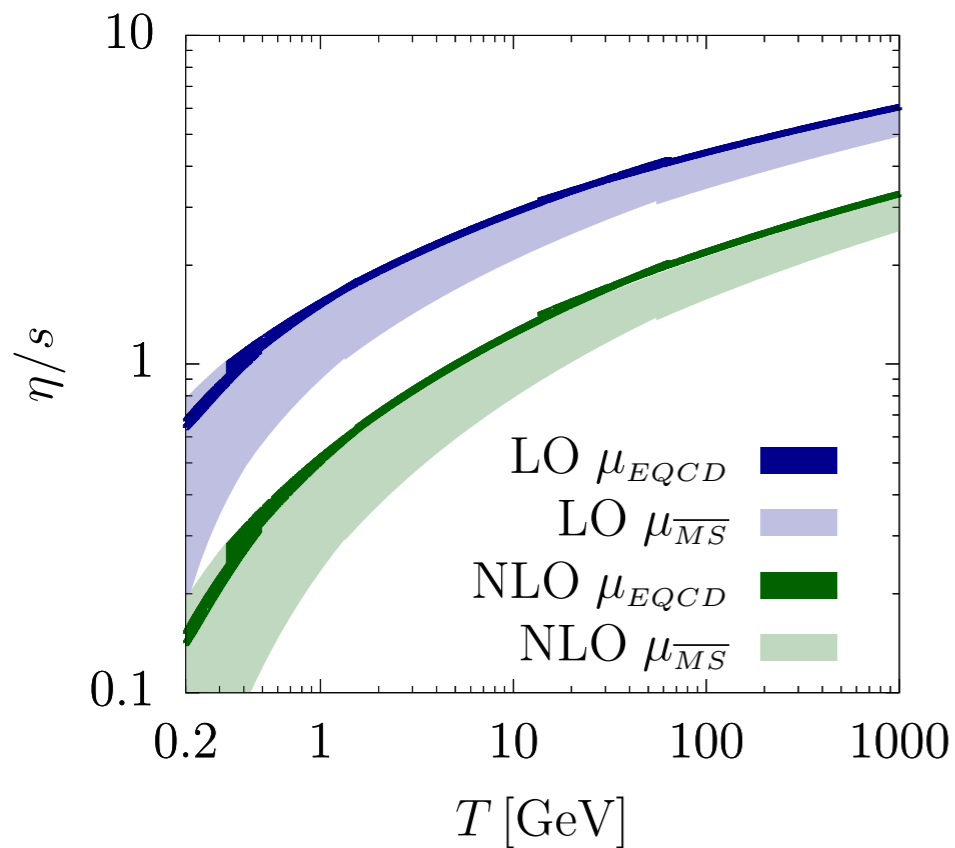
輸送係数 実時間の相関が必要

摂動計算(almost NLO)

Ghiglieri, Moore, Teaney, 1802.09535

弱結合を仮定

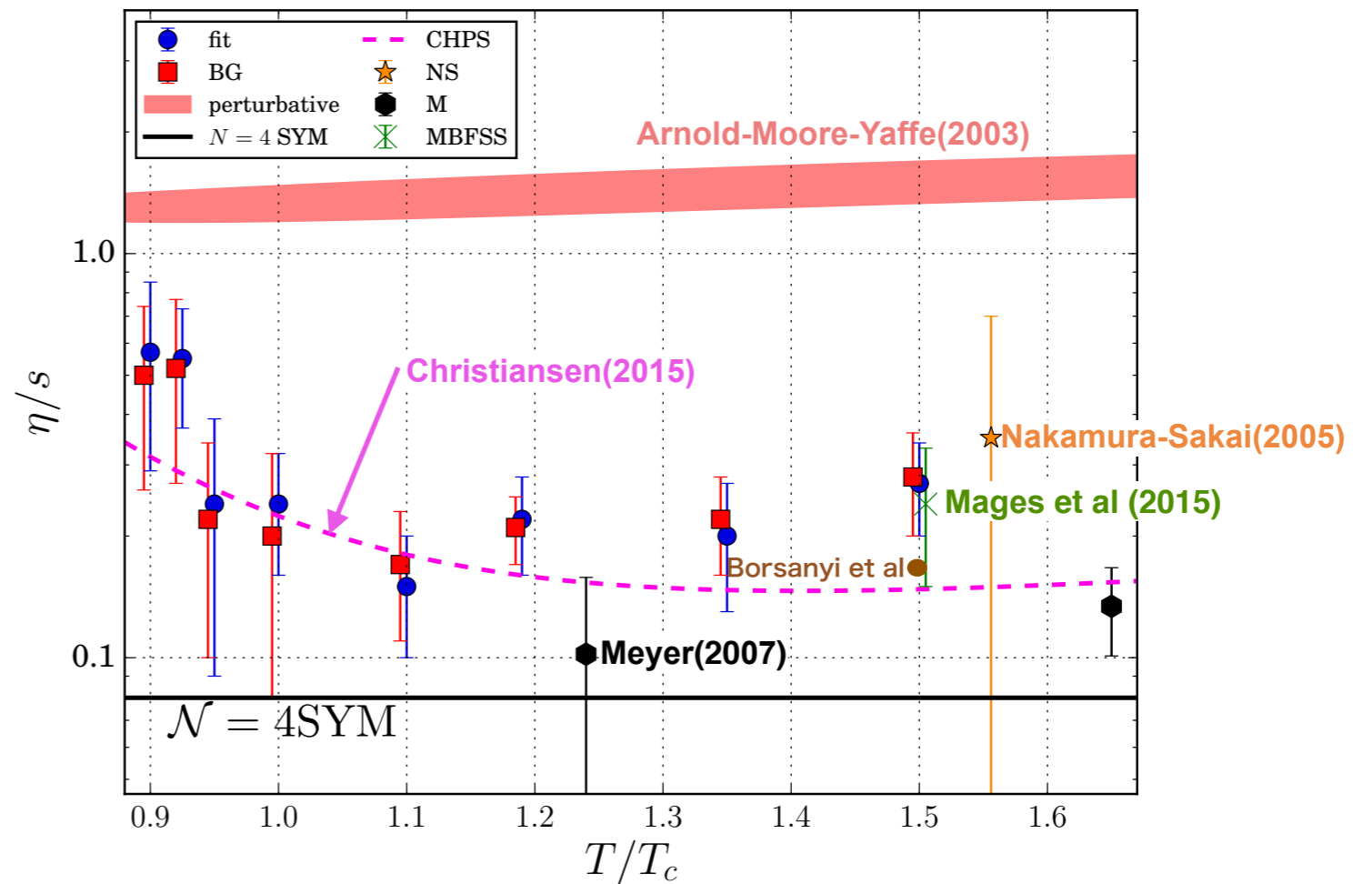
$$\eta = \frac{T^3}{g^4 \ln c_1/g} (c_0 + gc_2 + \dots)$$



格子QCD計算

虚時間から実時間への解析接続が必要

Astrakhantsev, Braguta, Kotov, JHEP 1704 (2017) 101

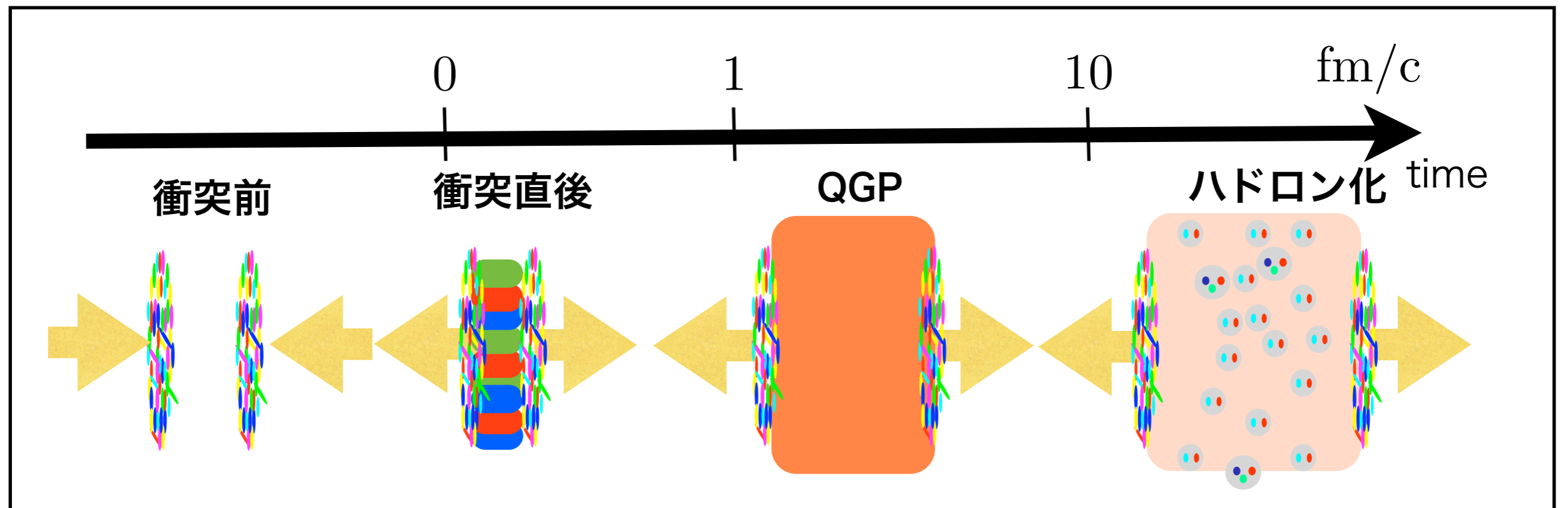


Borsanyi et al, 1802.07718

$$\eta/s = 0.17(2) \text{ at } T = 1.5T_c$$

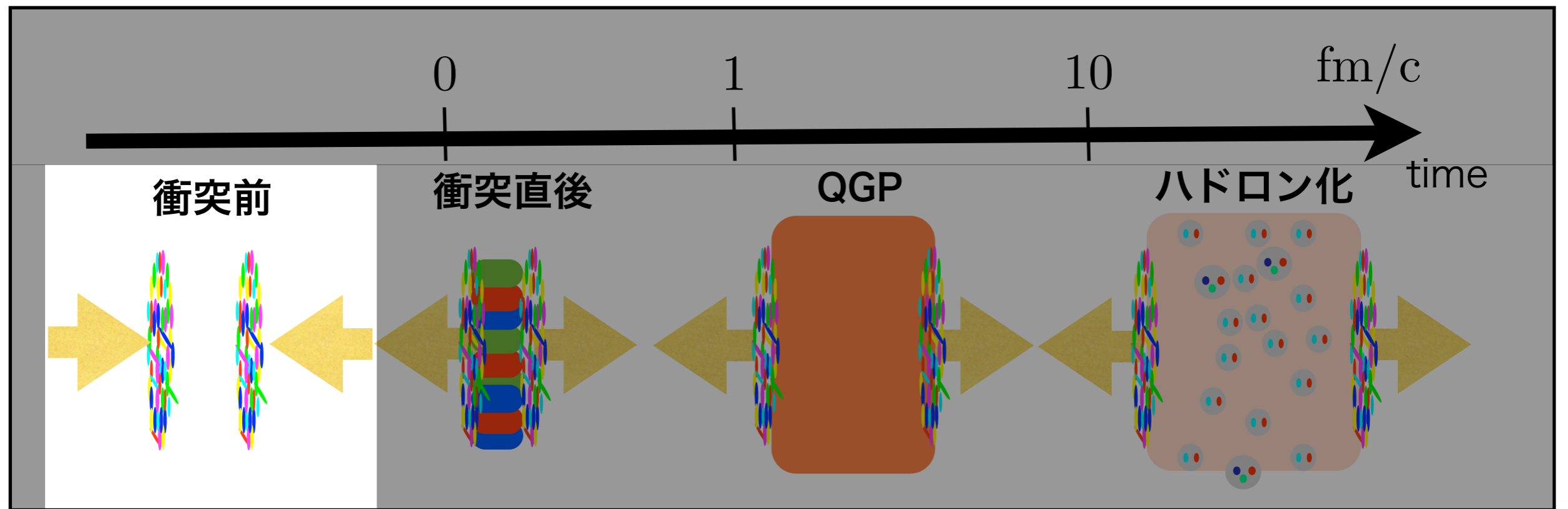
$$= 0.15(2) \text{ at } T = 2.0T_c$$

重イオン衝突は非平衡過程



cf. recent review, Busza, Rajagopal, van der Schee, 1802.04801

重イオン衝突は非平衡過程



$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

RHIC: $\gamma \sim 100$

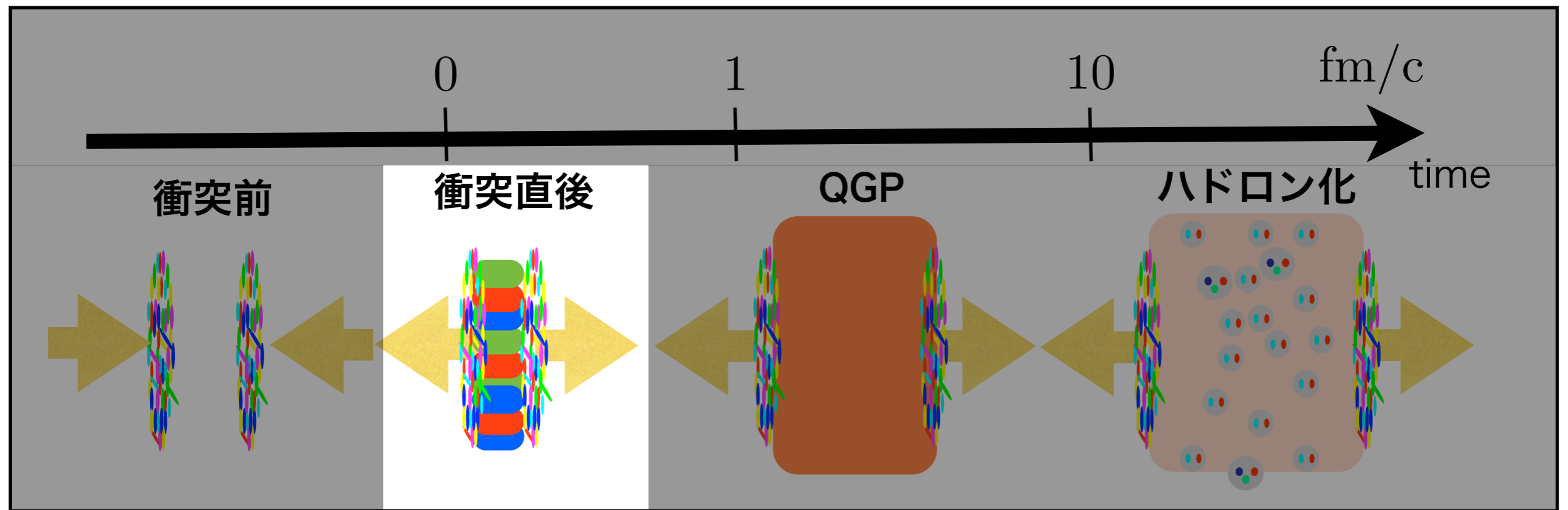
LHC: $\gamma \sim 2500$

‘Color glass condensate’

強いグルーオン場

典型的スケール Q_s

重イオン衝突は非平衡過程



エネルギーを落としながらすり抜ける
強いカラー場の崩壊過程 (glasma)

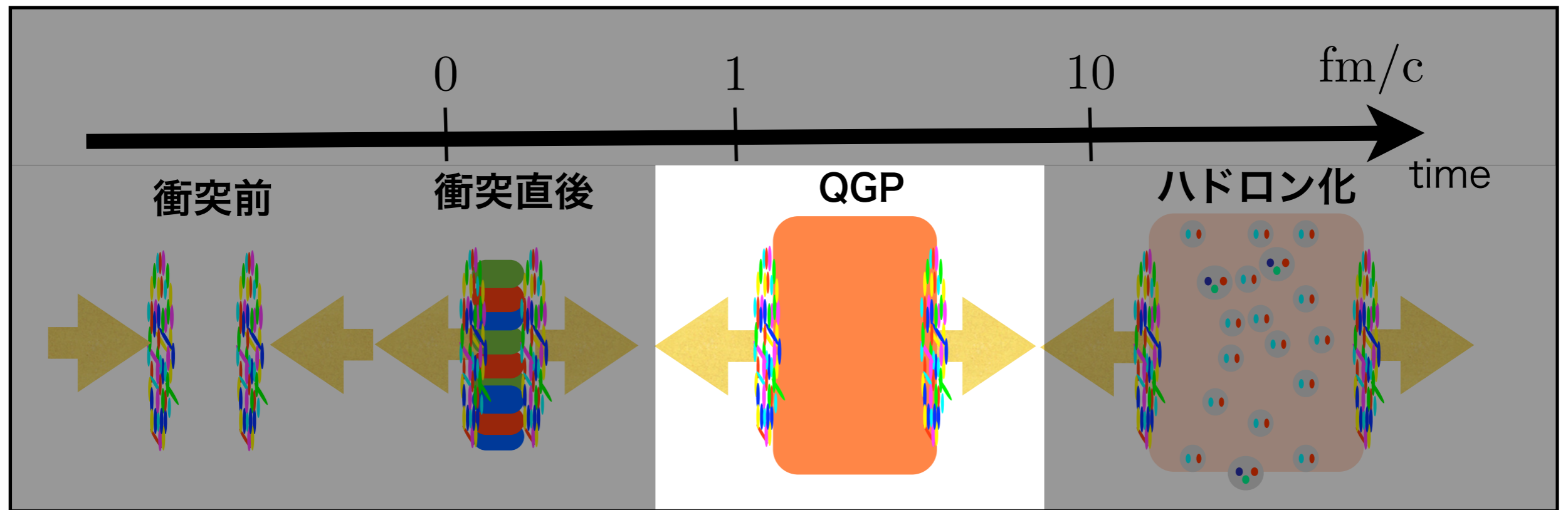
“熱化”の過程でほとんどのエントロピーが生成される

1fm/c 後の中心エネルギー $12\text{GeV}/\text{fm}^3$ @LHC $\sqrt{S_{NN}} = 2.76\text{TeV}$

温度にすると約 300MeV

速い“熱化” (~1 fm) と大きなエントロピーはどうやって？

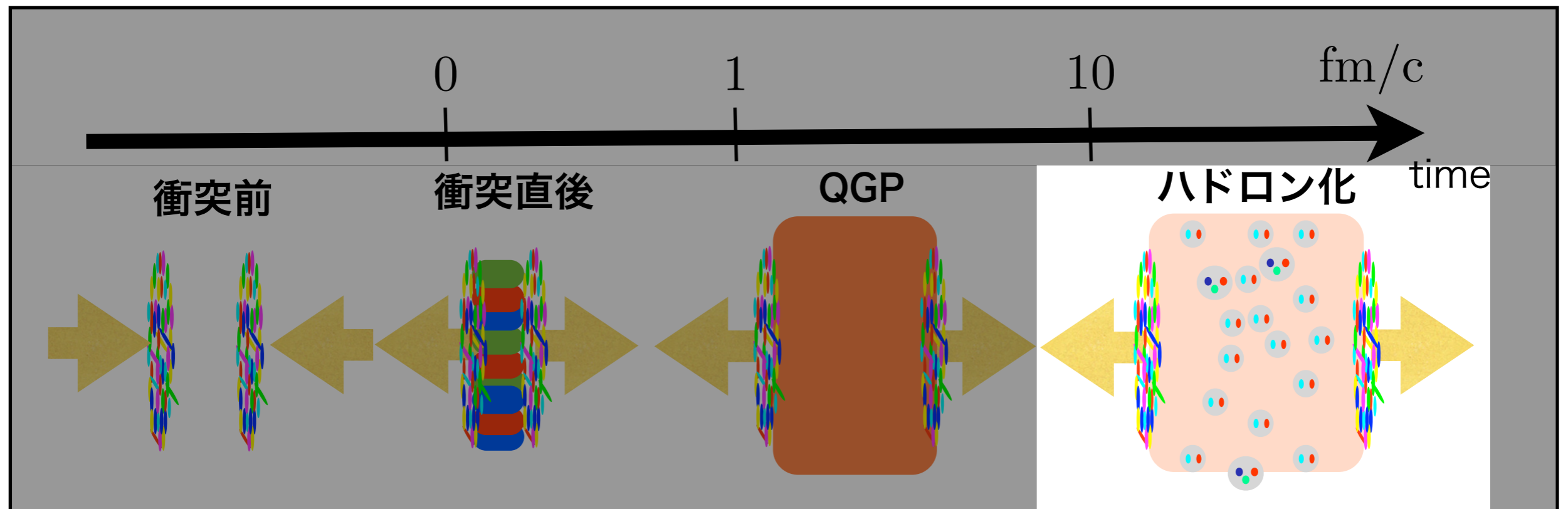
重イオン衝突は非平衡過程



この過程ではエントロピーはほとんど増えない
粘性の小さい完全流体して振る舞う $\eta/s \approx 1/4\pi$

なぜ粘性の低い完全流体として振る舞う？

重イオン衝突は非平衡過程



膨張とともに温度が下がりハドロン化

ハドロン非弾性散乱(chemical freeze-outまで),

弾性散乱(thermal freeze-outまで)

終状態の粒子数~30,000@LHC(2.76TeV)

QGPからハドロン化のメカニズムは？

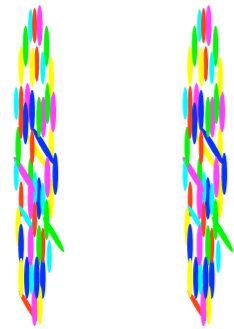
小さい系

Review: Nagle, William, Zajc, 1801.03477, Loizides, Nucl. Phys. A 956, 200 (2016)

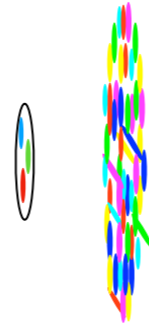
Jet quenchingは見えない

小さい系でも流体的振る舞い(方位角異方性)がみえる

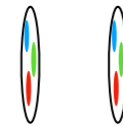
AA



pA



pp



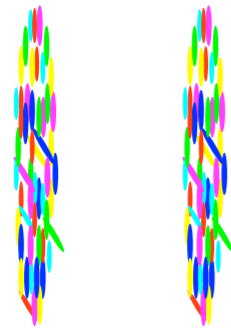
小さい系

Review: Nagle, William, Zajc, 1801.03477, Loizides, Nucl. Phys. A 956, 200 (2016)

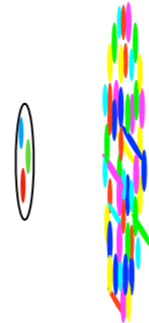
Jet quenchingは見えない

小さい系でも流体的振る舞い(方位角異方性)がみえる

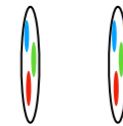
AA



pA



pp



gauge/gravity対応によると1/Tでの流体化示唆

W. van der Schee, Phys.Rev. D87, 061901 (2013),

P. M. Chesler, Phys. Rev. Lett. 115, 241602 (2015), JHEP 1603, 146 (2016)

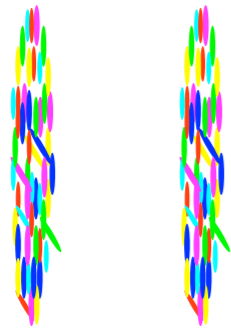
小さい系

Review: Nagle, William, Zajc, 1801.03477, Loizides, Nucl. Phys. A 956, 200 (2016)

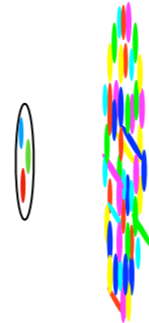
Jet quenchingは見えない

小さい系でも流体的振る舞い(方位角異方性)がみえる

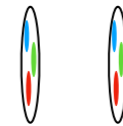
AA



pA



pp



gauge/gravity対応によると1/Tでの流体化示唆

W. van der Schee, Phys.Rev. D87, 061901 (2013),

P. M. Chesler, Phys. Rev. Lett. 115, 241602 (2015), JHEP 1603, 146 (2016)

場の量子論として古典論とは

違うメカニズムの熱化が存在？

まとめ

QGPの基礎事項を概観

他のトピック, 詳細な内容は,

ジオメトリ・グラウバー模型(門内), フリーズアウト(浅川),
流体・フロー(村瀬)

ハドロン化(八野), 磁場(広野), 格子QCD(筒井), 光子(山口),
レプトン・カイラル対称性・ハドロン媒質効果(成木),

ハードプローブ(坂井), 重クォーク(林)

クォーコニウム(赤松), 初期・カラーガラス凝縮(藤井)

小さい系・フローの最先端(江角), ジェットの最先端(中條),

カイラル輸送現象(山本), 偏極(新井田)

高密度物質の相構造・ゆらぎ(北沢),

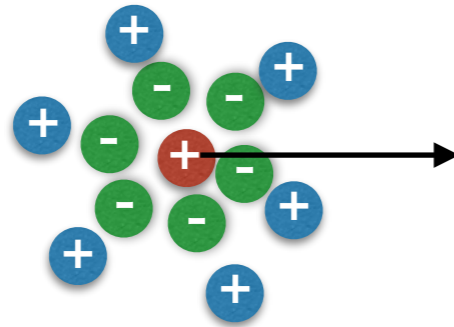
ビームエネルギー走査の最新結果(野中),

ハドロン・ストレンジネス物理(大西), 中性子星(古城),

相対論的流体力学の理論的進展(本郷), 将来展望(郡司)

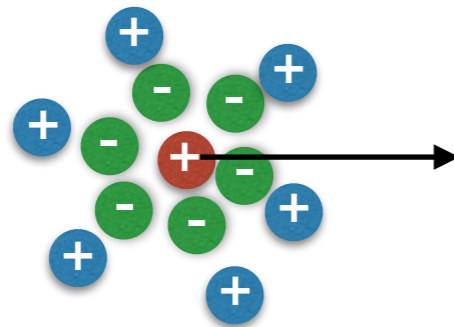
おまけ

Debye遮蔽


$$V(r) = \frac{e^{-r m_D}}{r} \quad m_D: \text{デバイ質量}$$

$$m_D^2 = \Pi_{00}(0) \sim g^2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{dn(k)}{dk} \sim g^2 T^2$$

Debye遮蔽


$$V(r) = \frac{e^{-r m_D}}{r} \quad m_D: \text{デバイ質量}$$

$$m_D^2 = \Pi_{00}(0) \sim g^2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{dn(k)}{dk} \sim g^2 T^2$$

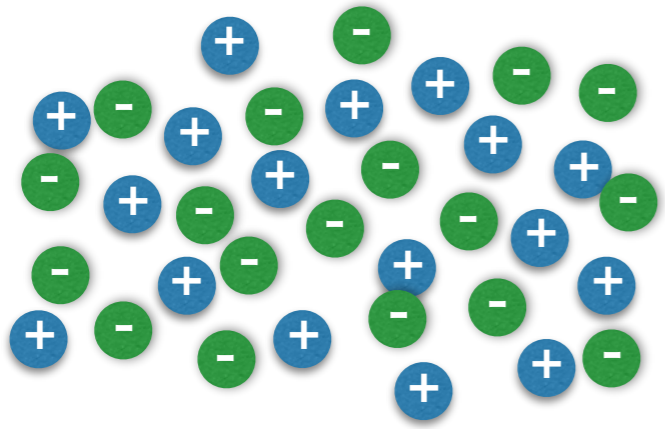
正確には, one-loop近似で

$$m_D^2 = \frac{1}{\lambda_D^2} = \frac{1}{3} \left(N_c + \frac{N_f}{2} \right) g^2 T^2$$

プラズマ振動とLandau減衰

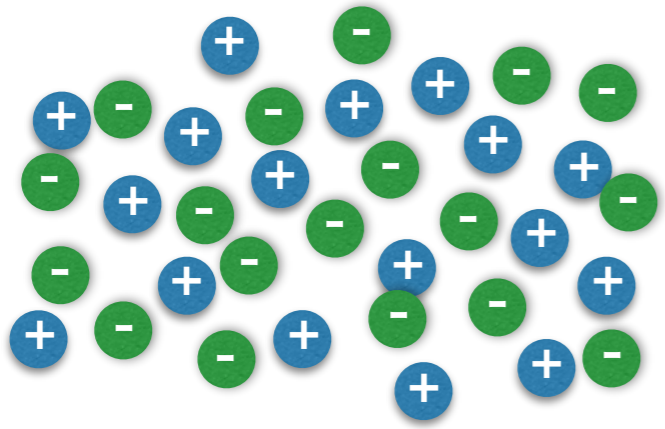
$$\mathbf{J}_{\text{ind}}^i = -g^2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{dn(k)}{dk} \mathbf{v} \int d\tau \hat{k} \cdot E(t - \tau, \mathbf{x} - \mathbf{v}\tau)$$
$$\omega_P^2 \sim g^2 T^2$$

プラズマ振動とLandau減衰



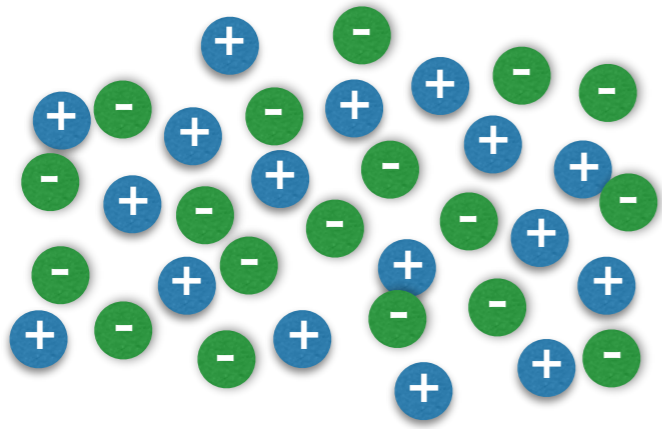
$$\mathbf{J}_{\text{ind}}^i = -g^2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{dn(k)}{dk} \mathbf{v} \int d\tau \hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{E}(t - \tau, \mathbf{x} - \mathbf{v}\tau)$$
$$\omega_P^2 \sim g^2 T^2$$

プラズマ振動とLandau減衰



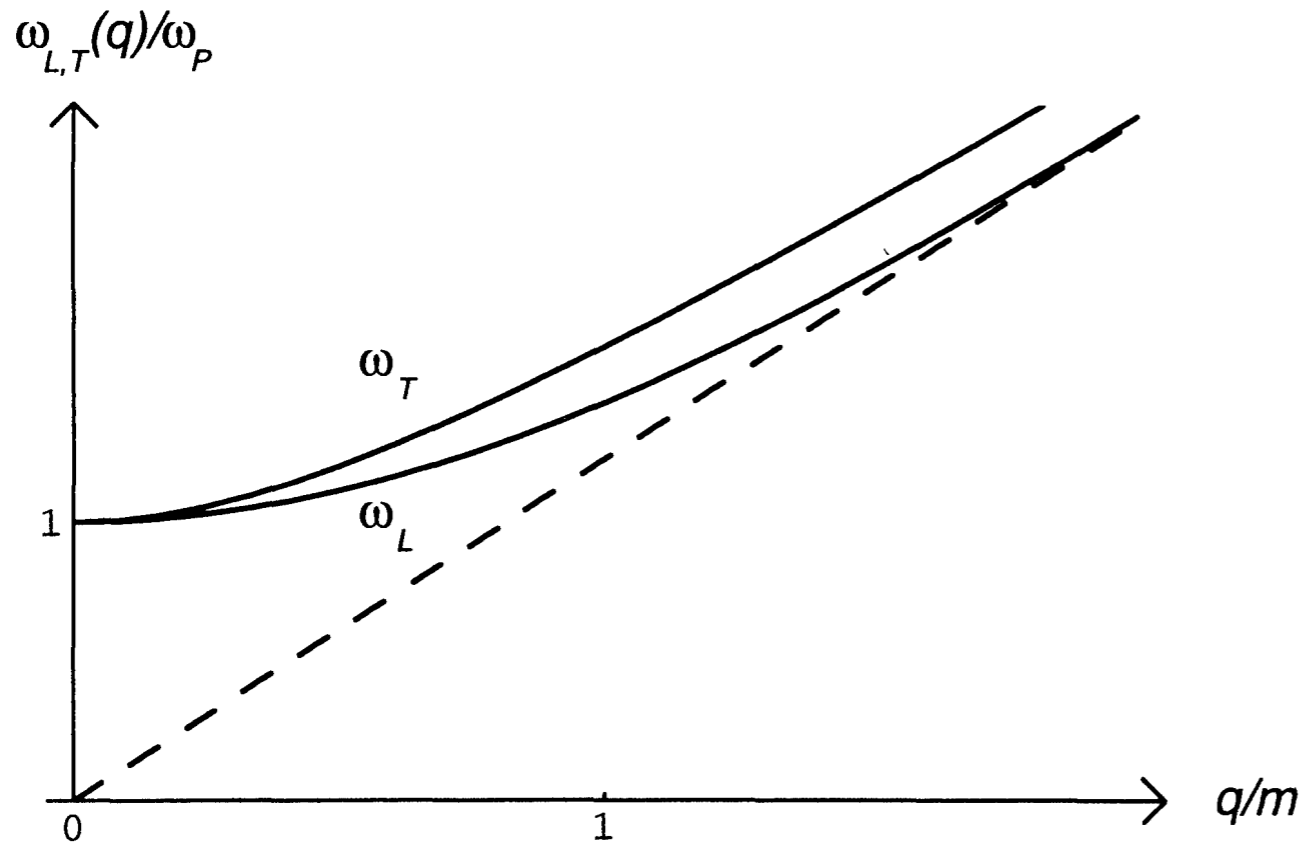
$$\mathbf{J}_{\text{ind}}^i = -g^2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{dn(k)}{dk} \mathbf{v} \int d\tau \hat{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{E}(t - \tau, \mathbf{x} - \mathbf{v}\tau)$$
$$\omega_P^2 \sim g^2 T^2$$

プラズマ振動とLandau減衰



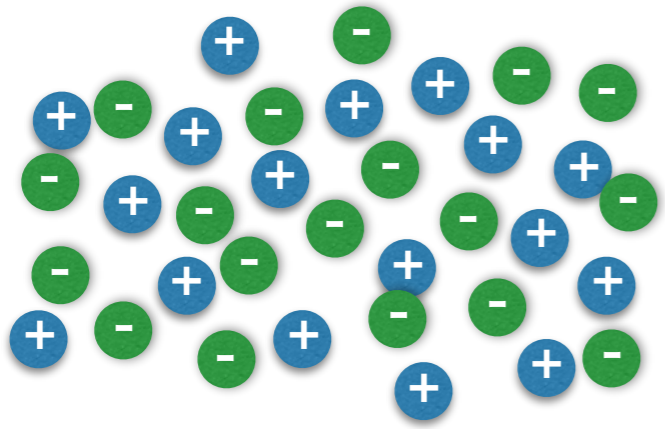
$$\mathbf{J}_{\text{ind}}^i = -g^2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{dn(k)}{dk} \mathbf{v} \int d\tau \hat{k} \cdot \mathbf{E}(t - \tau, \mathbf{x} - \mathbf{v}\tau)$$

$$\omega_P^2 \sim g^2 T^2$$



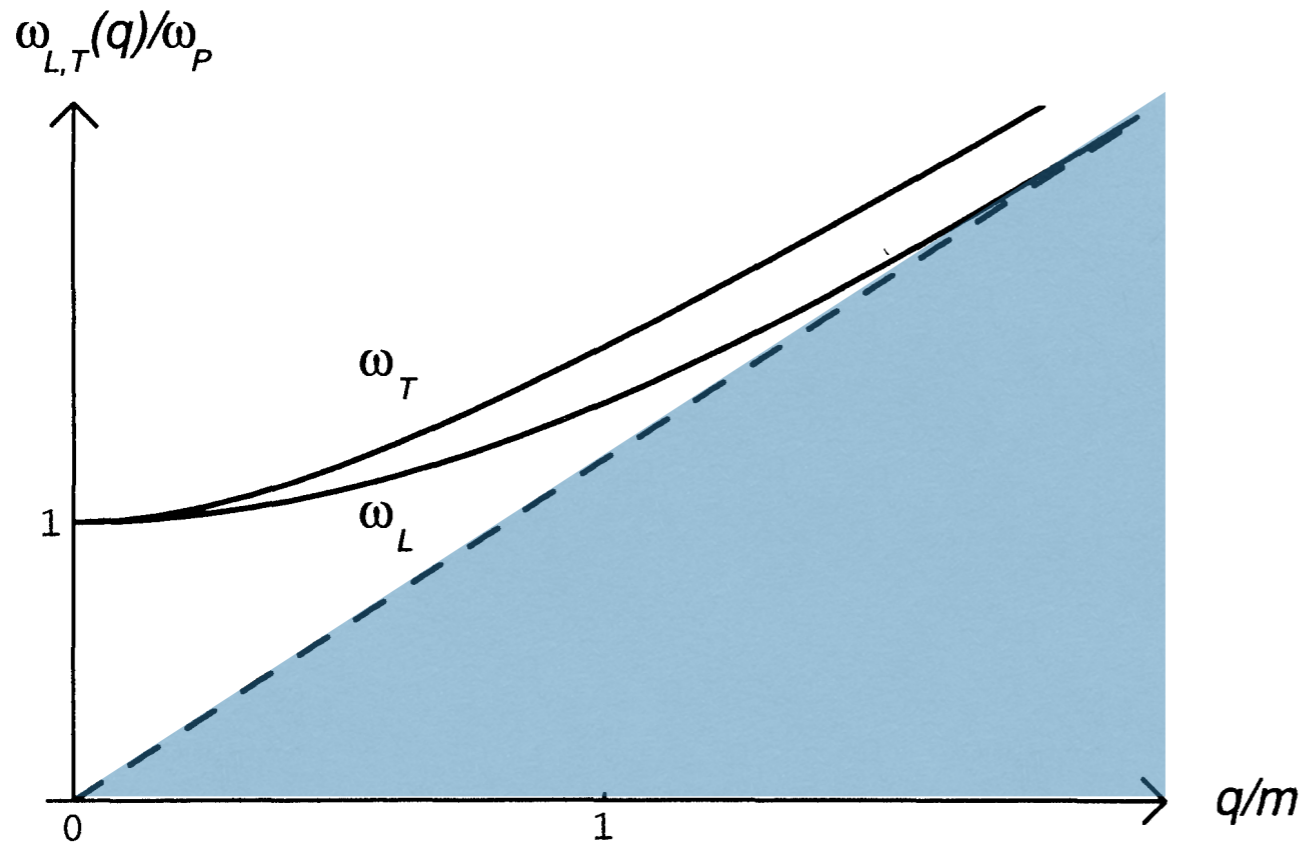
縦波も存在
縦波も存在

プラズマ振動とLandau減衰



$$\mathbf{J}_{\text{ind}}^i = -g^2 \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{dn(k)}{dk} \mathbf{v} \int d\tau \hat{k} \cdot E(t - \tau, \mathbf{x} - \mathbf{v}\tau)$$

$$\omega_P^2 \sim g^2 T^2$$

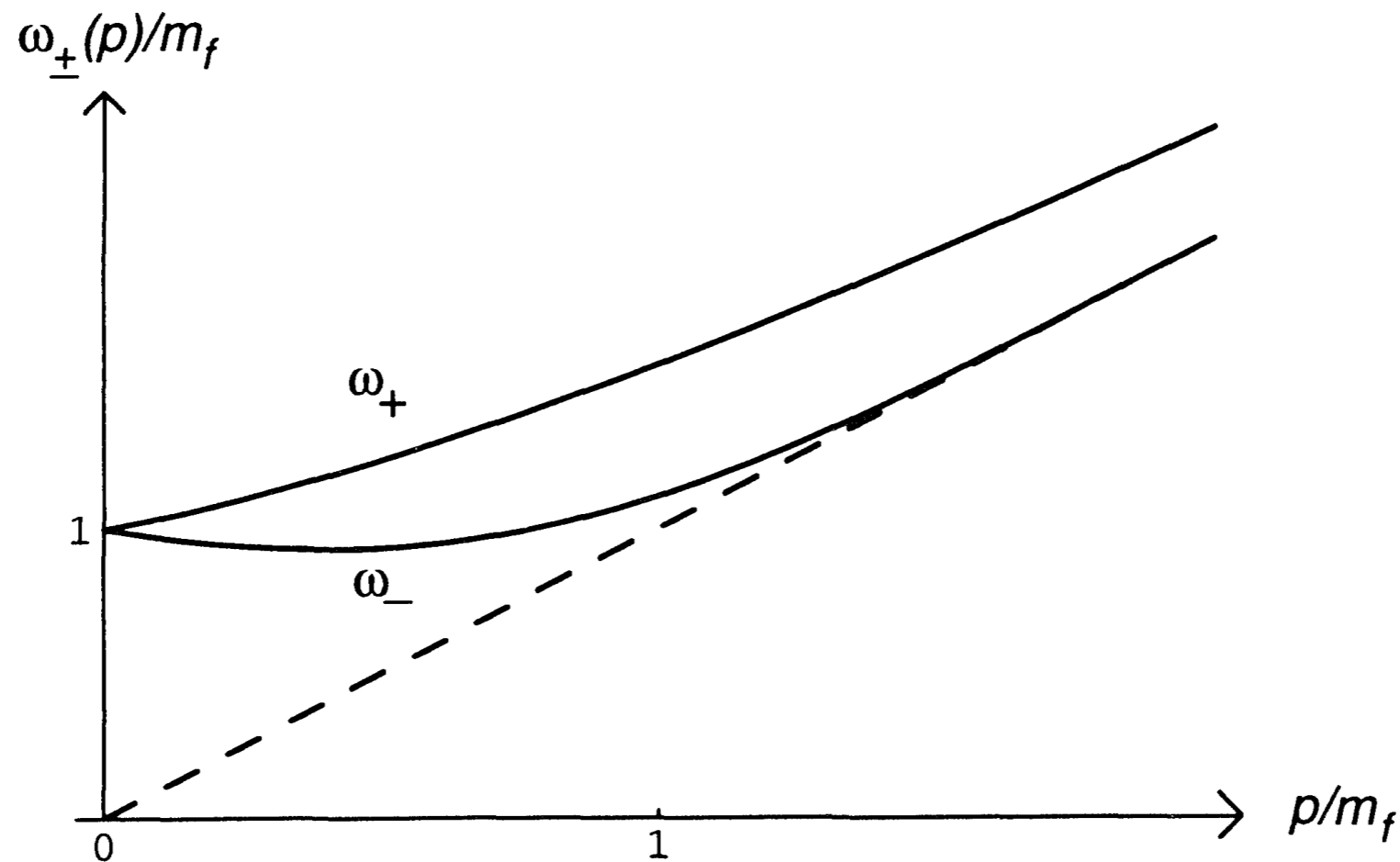


縦波も存在
縦波も存在

ランダウ減衰



クォーク 励起



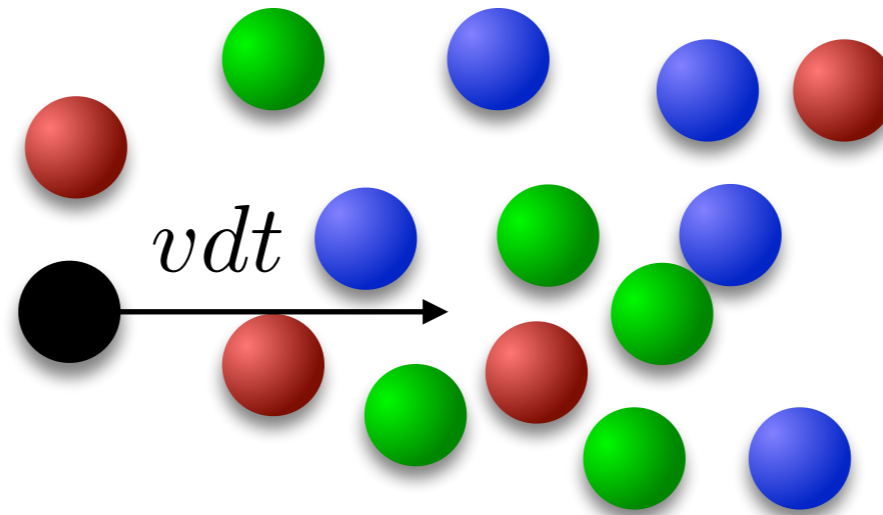
Le Bellac textbook より

クォークも質量を持つ。

この質量は、カイラル対称性を破らない。

平均自由行程

ぶつからずに飛べる距離



速度 v の粒子が単位時間あたり何回ぶつかるか？

$$\frac{dN}{dt} = v n \sigma$$

断面面積

平均自由時間

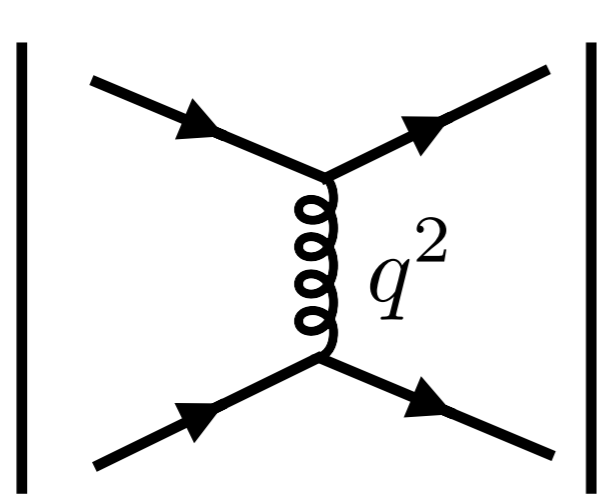
$$\tau = \frac{dt}{dN} = \frac{1}{v n \sigma}$$

平均自由行程

$$\lambda = v \tau = \frac{1}{n \sigma}$$

衝突のスケール

散乱の赤外特異性


$$\left| \text{Diagram} \right|^2 \sim \frac{g^4}{q^4}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{g^4}{\sin^4 \theta}$$

前方散乱に発散

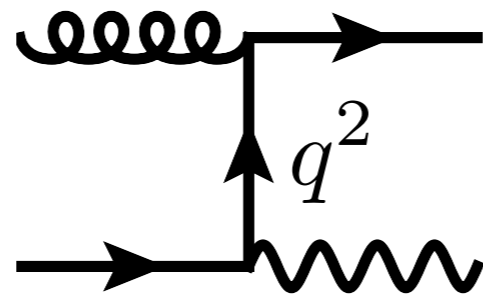
$$\sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{g^4}{T^2 \theta^{*2}} \sim \frac{g^2}{T^2} \quad \theta^* \sim g \text{の時}$$

カラーを持った粒子の平均自由行程

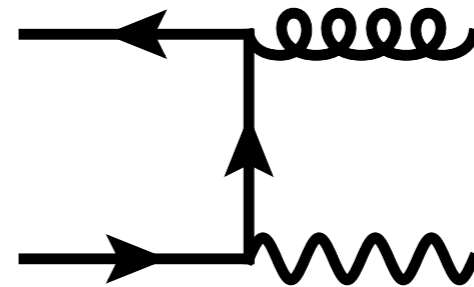
$$\lambda \sim 1/n\sigma \sim 1/(g^2 T)$$

(hard)光子生成

コンプトン散乱



対消滅



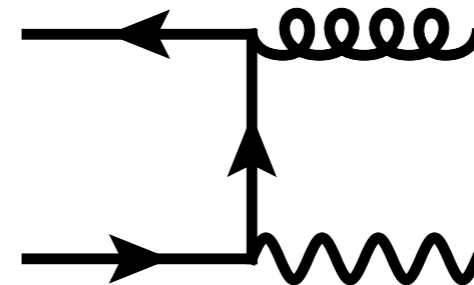
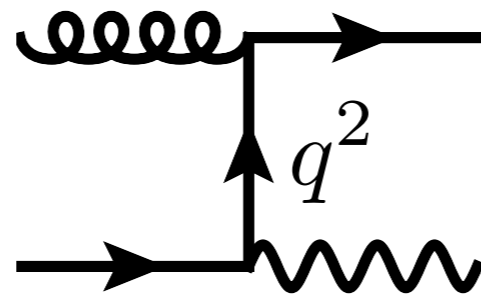
$$|\mathcal{M}|^2 \sim \frac{1}{q^2} p \frac{d\Gamma}{d^3p} \sim g^2 e^2 T^2 e^{-p/T} \ln \frac{cp}{Tg^2}$$

Arnold, Moore, Yaffe('01) ('02)

(hard)光子生成

コンプトン散乱

対消滅

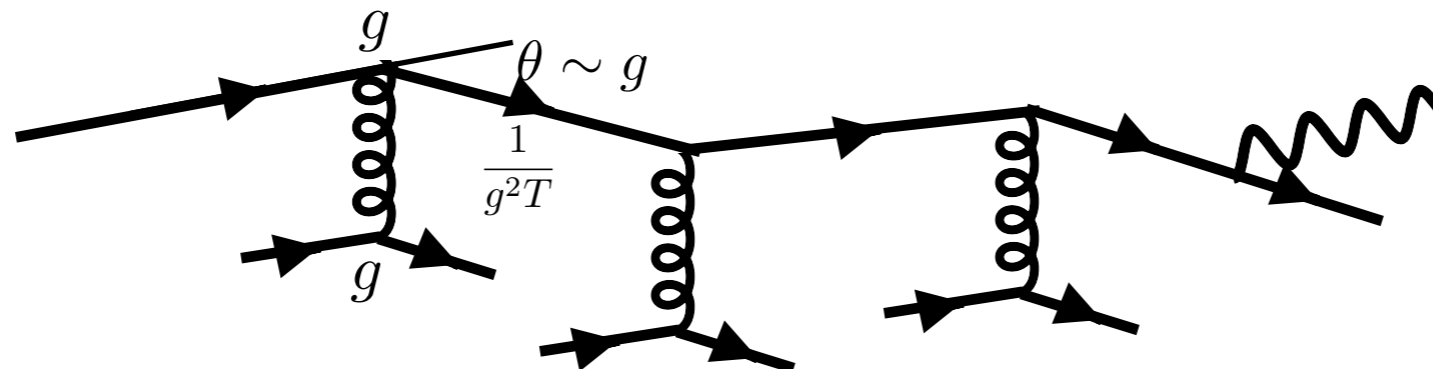


$$|\mathcal{M}|^2 \sim \frac{1}{q^2} \quad p \frac{d\Gamma}{d^3p} \sim g^2 e^2 T^2 e^{-p/T} \ln \frac{cp}{Tg^2}$$

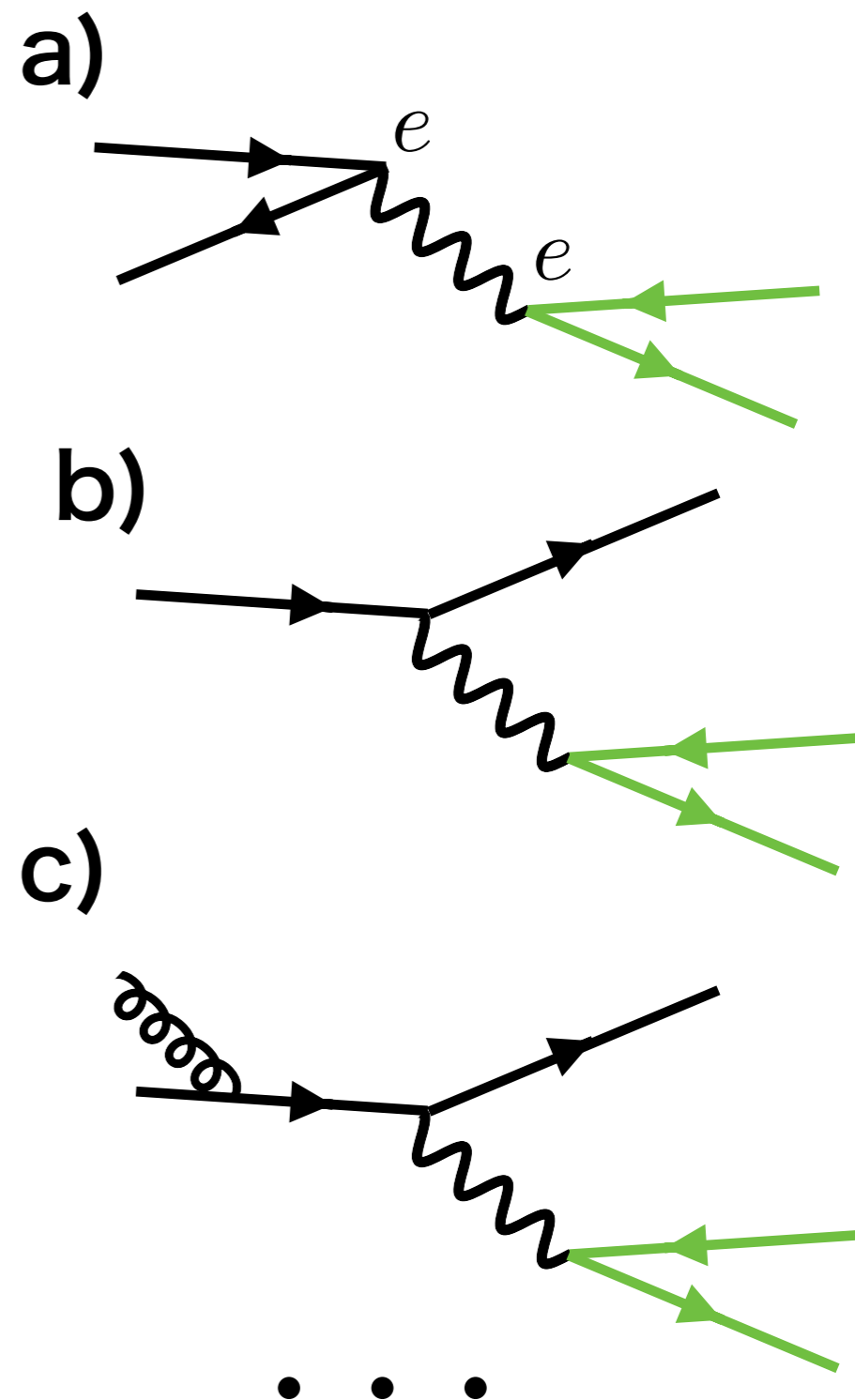
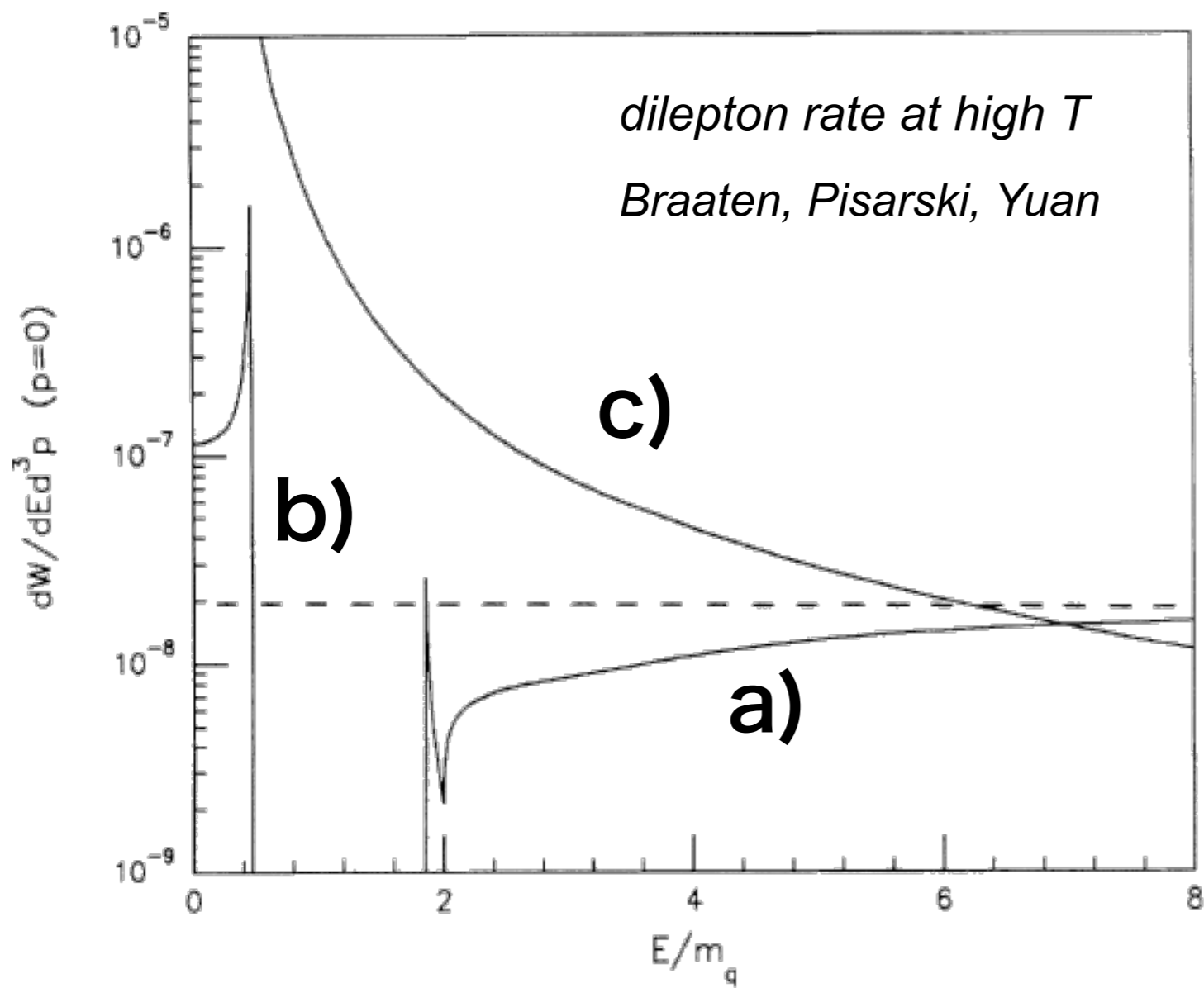
Arnold, Moore, Yaffe('01) ('02)

LPM effect

Landau, Pomeranchuk ('53), Migdal ('56) ('57)



Dilepton 生成

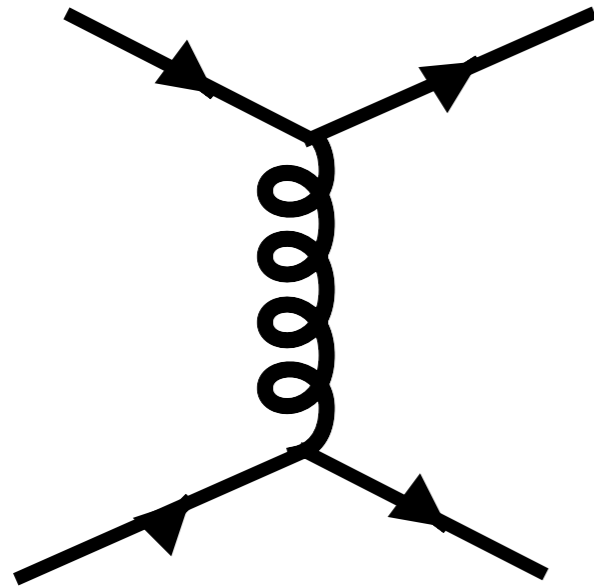


生成率: $\frac{d\Gamma}{d^4k} \sim e^4$

輸送係数

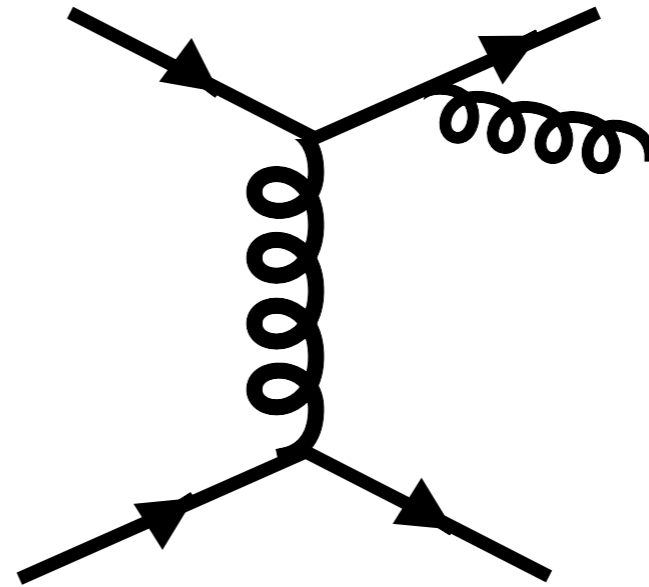
Leading order

2 → 2 散乱



+

collinear emission

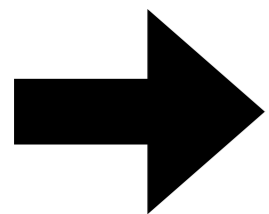


+ ...

2体 → 3体, 3 → 4体, 4 → 5体, Collinear散乱も 2 → 2
体散乱の leading order と同じ order.

Aurenche, Gelis, Kobes, Zaraket ('98)

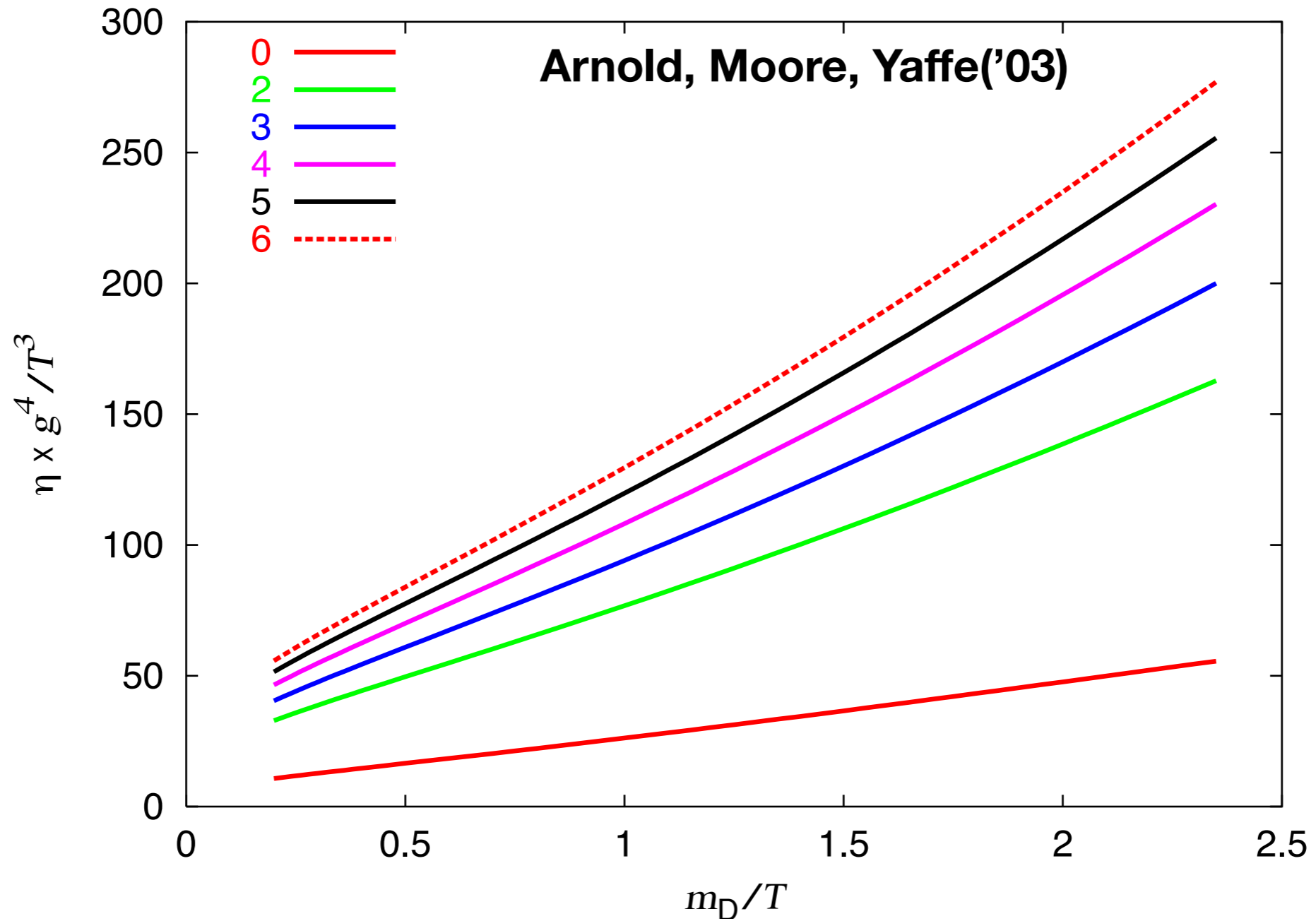
Aurenche, Gelis, Zaraket ('00), Arnold, Moore, Yaffe ('01)



LPM effect

Arnold, Moore, Yaffe ('03)

ずれ粘性



$$\eta g^4 / T^3 = \frac{1}{(c'_1 \ln T / m_D + c_1)}$$

流体力学 =低エネルギーの有効理論

cf. Crossley, Glorioso, Liu, JHEP 1709 (2017) 095, JHEP 1709 (2017) 096

$$Z_{\text{QCD}}[J_1, J_2] \approx Z_{\text{hydro}}[J_1, J_2] = \int \mathcal{D}\chi_1 \mathcal{D}\chi_2 e^{iS[\chi_i; J_i]}$$

流体力学

=低エネルギーの有効理論

cf. Crossley, Glorioso, Liu, JHEP 1709 (2017) 095, JHEP 1709 (2017) 096

$$Z_{\text{QCD}}[J_1, J_2] \approx Z_{\text{hydro}}[J_1, J_2] = \int \mathcal{D}\chi_1 \mathcal{D}\chi_2 e^{iS[\chi_i; J_i]}$$

運動方程式 $\langle \partial_\mu T^{\mu\nu} \rangle = 0$

$$T^{\mu\nu} = (e + p)u^\mu u^\nu + p\eta^{\mu\nu} - \zeta h^{\mu\nu} \partial_\nu u^\nu - 2\eta \partial^{\langle\mu} u^{\nu\rangle} + \dots$$

流体力学

=低エネルギーの有効理論

cf. Crossley, Glorioso, Liu, JHEP 1709 (2017) 095, JHEP 1709 (2017) 096

$$Z_{\text{QCD}}[J_1, J_2] \approx Z_{\text{hydro}}[J_1, J_2] = \int \mathcal{D}\chi_1 \mathcal{D}\chi_2 e^{iS[\chi_i; J_i]}$$

$$\text{運動方程式 } \langle \partial_\mu T^{\mu\nu} \rangle = 0$$

$$T^{\mu\nu} = (e + p)u^\mu u^\nu + p\eta^{\mu\nu} - \zeta h^{\mu\nu} \partial_\nu u^\nu - 2\eta \partial^{\langle\mu} u^{\nu\rangle} + \dots$$

低エネルギーパラメータ (QGPの性質を反映)

e, p, \dots 静的: 状態方程式など

η, ζ, \dots 動的: 輸送係数

局所熱平衡分布, hydrostatic

Banerjee et al.(2012), Jensen et al.(2012)

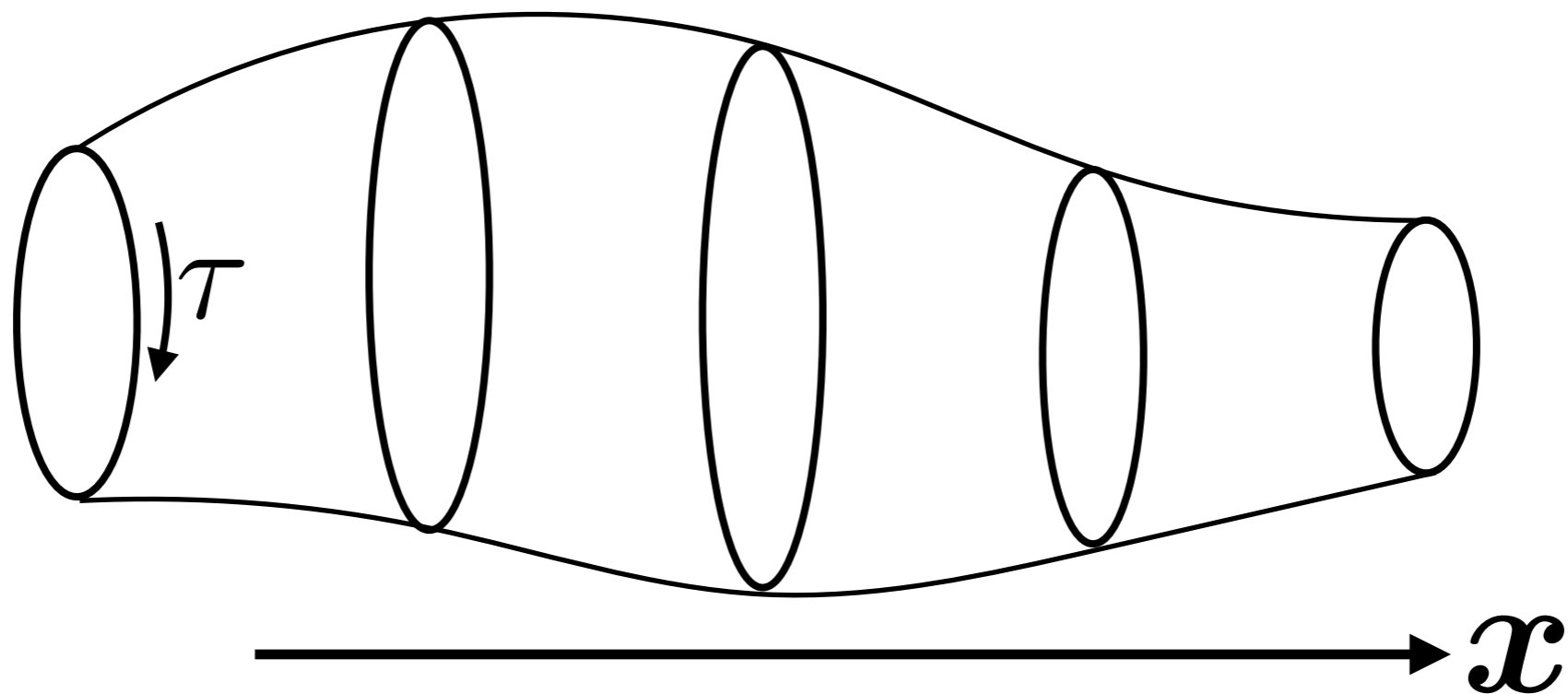
Hayata, YH, Noumi, Hongo(2015), Hongo (2016) (2018)

温度勾配, 速度勾配 \Rightarrow 有効な計量

$$T(x), u^\mu(x)$$

$$ds^2 = \tilde{g}_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

$$Z[\tilde{g}_{\mu\nu}] = \int \mathcal{D}A_\mu e^{-S[A_\mu, \tilde{g}_{\mu\nu}]}$$



格子QCD(虚時間相関)で計算可能な輸送係数

1.非散逸な輸送係数(の一部)

$$\vec{J} = \sigma^B \vec{B} + \sigma^V \nabla \times \vec{u} + \sigma^{B_5} \vec{B}_5$$

ベクトルカレント 磁場 流速 軸性磁場

$$\vec{J}_5 = \sigma_5^B \vec{B} + \sigma_5^V \nabla \times \vec{u} + \sigma_5^{B_5} \vec{B}_5$$

軸性ベクトルカレント

$$\vec{J}_\epsilon = \sigma_\epsilon^B \vec{B} + \sigma_\epsilon^V \nabla \times \vec{u} + \sigma_\epsilon^{B_5} \vec{B}_5$$

エネルギーカレント

格子QCD(虚時間相関)で計算可能な輸送係数

1.非散逸な輸送係数(の一部)

$$\vec{J} = \underbrace{\sigma^B \vec{B}}_{\text{ベクトルカレント}} + \underbrace{\sigma^V \nabla \times \vec{u}}_{\text{磁場}} + \underbrace{\sigma^{B_5} \vec{B}_5}_{\text{流速}} + \underbrace{\sigma^{B_5} \vec{B}_5}_{\text{軸性磁場}}$$

$$\vec{J}_5 = \sigma_5^B \vec{B} + \sigma_5^V \nabla \times \vec{u} + \sigma_5^{B_5} \vec{B}_5$$

軸性ベクトルカレント

$$\vec{J}_\epsilon = \sigma_\epsilon^B \vec{B} + \sigma_\epsilon^V \nabla \times \vec{u} + \sigma_\epsilon^{B_5} \vec{B}_5$$

エネルギーカレント

格子QCD(虚時間相関)で計算可能な輸送係数

1.非散逸な輸送係数(の一部)

$$\vec{J} = \underbrace{\sigma^B \vec{B}}_{\text{ベクトルカレント}} + \underbrace{\sigma^V \nabla \times \vec{u}}_{\text{磁場}} + \underbrace{\sigma^{B_5} \vec{B}_5}_{\text{流速}} + \underbrace{\sigma^{B_5} \vec{B}_5}_{\text{軸性磁場}}$$

$$\vec{J}_5 = \sigma_5^B \vec{B} + \sigma_5^V \nabla \times \vec{u} + \sigma_5^{B_5} \vec{B}_5$$

軸性ベクトルカレント

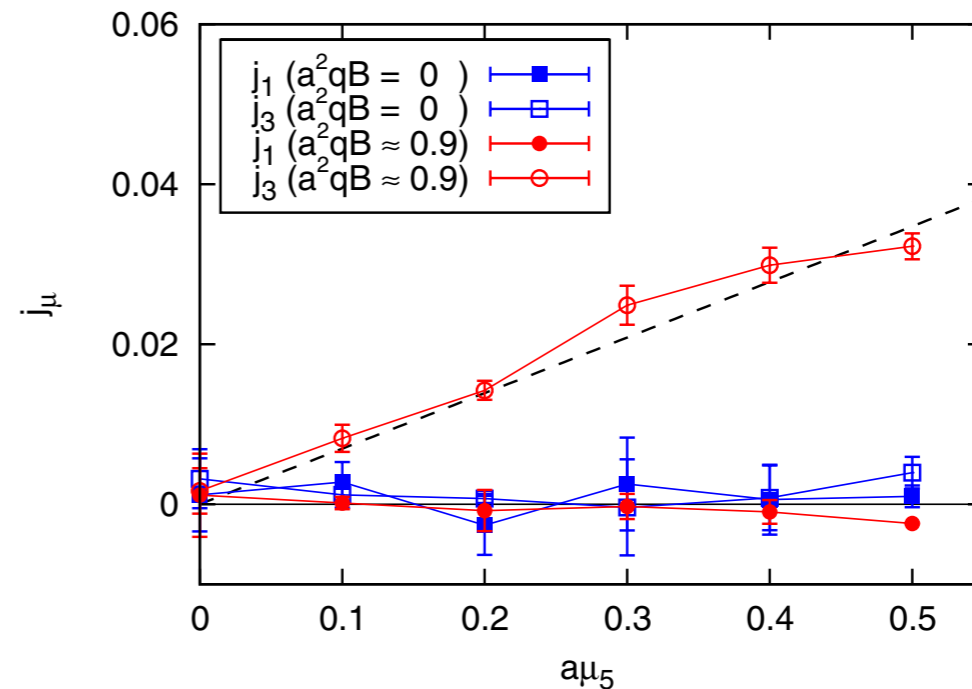
$$\vec{J}_\epsilon = \sigma_\epsilon^B \vec{B} + \sigma_\epsilon^V \nabla \times \vec{u} + \sigma_\epsilon^{B_5} \vec{B}_5$$

エネルギーカレント

カイラル磁気効果

$$\langle J_V^i(x) \rangle_{\mu_5, B}$$

Yamamoto, Phys. Rev. Lett. 107 (2011) 031601



格子QCD(虚時間相関)で計算可能な輸送係数

1. 非散逸な輸送係数(の一部)

$$\vec{J} = \underbrace{\sigma^B \vec{B}}_{\text{ベクトルカレント}} + \underbrace{\sigma^V \nabla \times \vec{u}}_{\text{磁場}} + \underbrace{\sigma^{B_5} \vec{B}_5}_{\text{流速}} + \underbrace{\sigma^{B_5} \vec{B}_5}_{\text{軸性磁場}}$$

$$\vec{J}_5 = \sigma_5^B \vec{B} + \sigma_5^V \nabla \times \vec{u} + \sigma_5^{B_5} \vec{B}_5$$

軸性ベクトルカレント

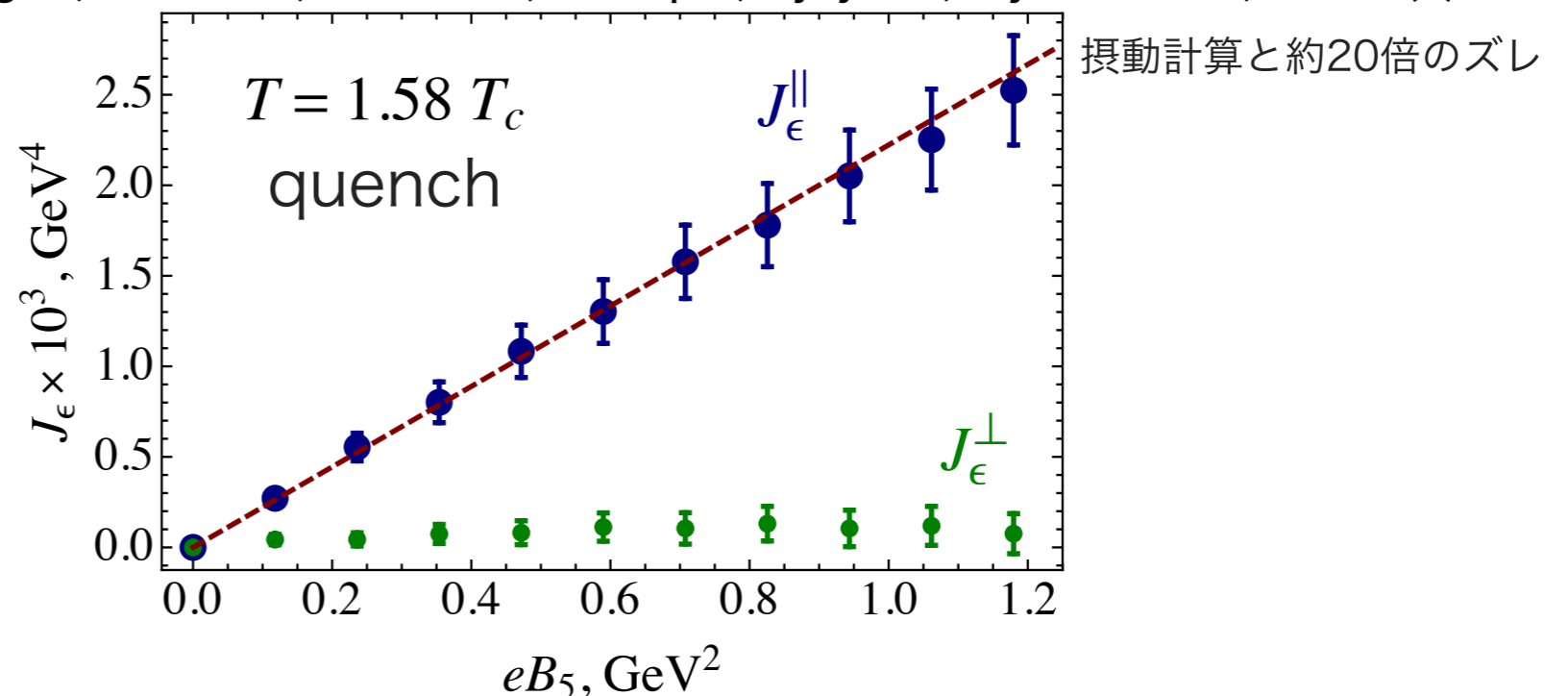
$$\vec{J}_\epsilon = \sigma_\epsilon^B \vec{B} + \sigma_\epsilon^V \nabla \times \vec{u} + \sigma_\epsilon^{B_5} \vec{B}_5$$

エネルギーカレント

Braguta, Chernodub, Landsteiner, Polikarpov, Ulybyshev, Phys. Rev. D 88, 071501 (R)

軸性磁気効果

$$\langle j_\epsilon^i \rangle_{B_5} = \langle T^{0i} \rangle_{B_5}$$



格子QCD(虚時間相関)で計算可能な輸送係数

1. 非散逸な輸送係数(の一部)

$$\vec{J} = \underbrace{\sigma^B \vec{B}}_{\text{ベクトルカレント}} + \underbrace{\sigma^V \nabla \times \vec{u}}_{\text{磁場}} + \underbrace{\sigma^{B_5} \vec{B}_5}_{\text{流速}} + \underbrace{\sigma^{B_5} \vec{B}_5}_{\text{軸性磁場}}$$

$$\vec{J}_5 = \sigma_5^B \vec{B} + \sigma_5^V \nabla \times \vec{u} + \sigma_5^{B_5} \vec{B}_5$$

軸性ベクトルカレント

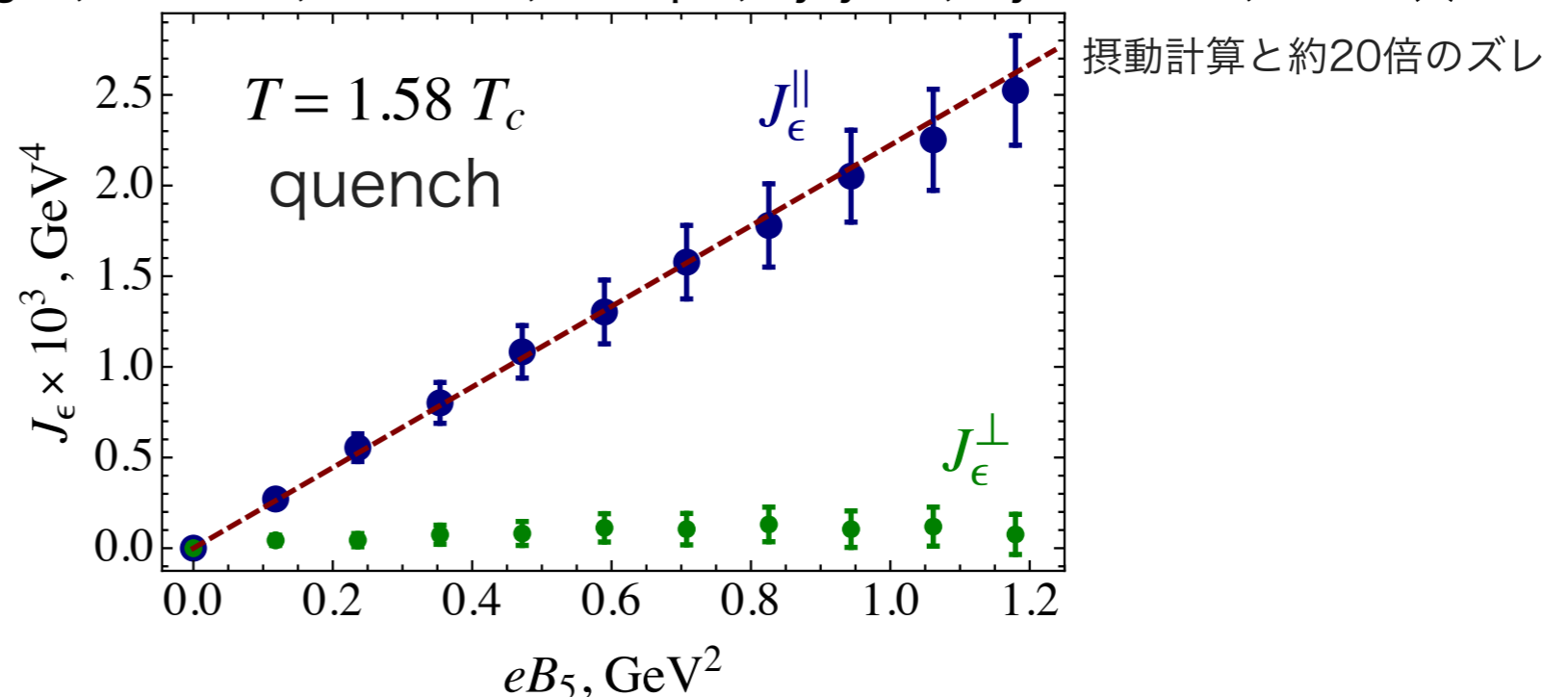
$$\vec{J}_\epsilon = \sigma_\epsilon^B \vec{B} + \sigma_\epsilon^V \nabla \times \vec{u} + \sigma_\epsilon^{B_5} \vec{B}_5$$

エネルギーカレント

Braguta, Chernodub, Landsteiner, Polikarpov, Ulybyshev, Phys. Rev. D 88, 071501 (R)

軸性磁気効果

$$\langle j_\epsilon^i \rangle_{B_5} = \langle T^{0i} \rangle_{B_5}$$



他にも高次の非散逸輸送の一部を計算可能

格子QCD(虚時間相関)で計算可能な輸送係数

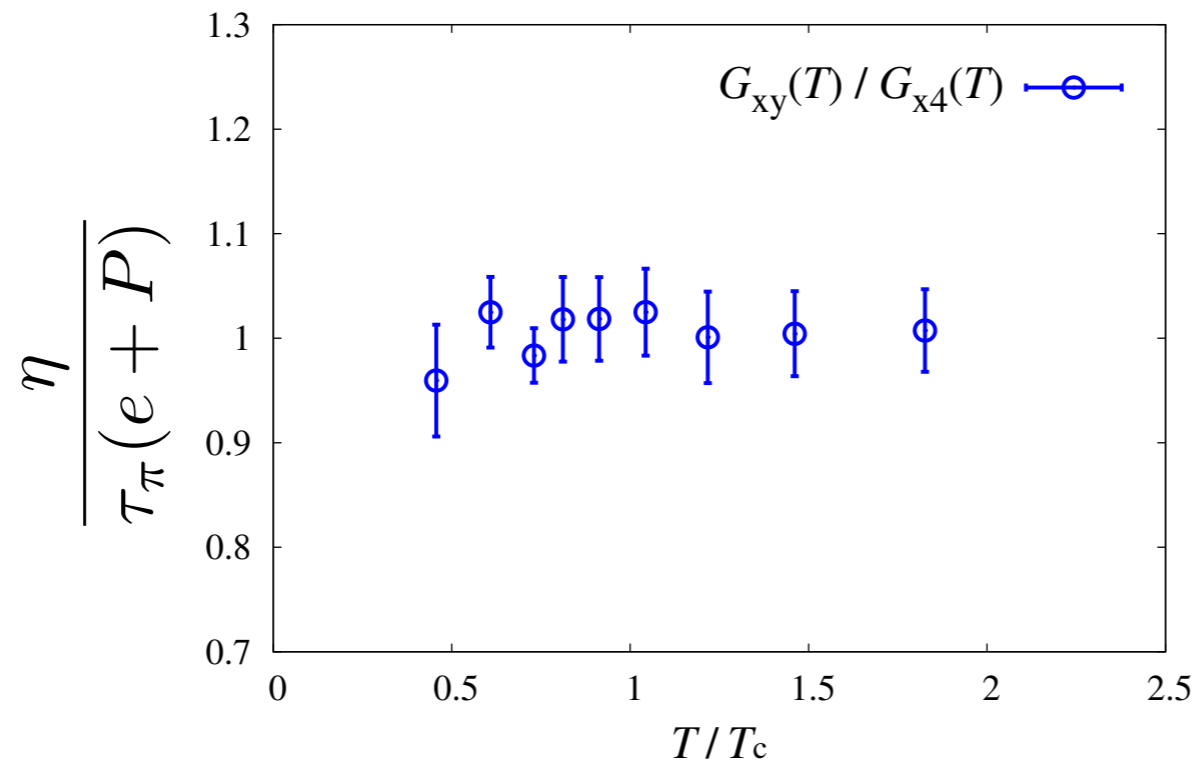
2. 散逸輸送係数の比

Koide, Nakano, Kodama, Phys. Rev. Lett. 103 (2009) 052301

$$\frac{\eta}{\tau_{\pi}} = \int_0^{\beta} d\tau \int d^3x \langle T^{12}(x) T^{12}(0) \rangle$$

η :ズレ粘性 τ_{π} :緩和時間

cf. Maezawa, Abuki, Hatsuda, Koide 1012.2222



Complex Langevin法

Parisi, Phys. Lett. B131, 393 (1983), Damgaard, Huffel, Phys. Rep. 152, 227 (1987)

$$\partial_\tau A_\mu(x, \tau) = -\frac{\delta S}{\delta A_\mu(x, \tau)} + \xi_\mu(x, \tau)$$

$$\langle \xi_\mu(x) \xi_\nu(x') \rangle = 2\eta_{\mu\nu} \delta(x - x') \delta(\tau - \tau')$$

$$P(A) \sim e^{-S[A]}$$

Sが複素でも成り立つと期待

成り立つための条件

Nagata, Nishimura, Shimasaki, Phys. Rev. D94, 114515 (2016), 1802.01876

実時間問題はどれも難しい(特に長時間 $t > \beta$)

Berges, Stamatescu (2005), Berges, Borsanyi, Sexty, Stamatescu (2007), Berges, Sexty (2008), Anzaki, Fukushima, Hidaka, Oka (2015)

Lefschetz-Thimble法

振動積分を振動のない積分経路に分解

(最急降下法の多変数版)

Lefschetz-Thimble法

振動積分を振動のない積分経路に分解

(最急降下法の多変数版)

フロー方程式 $\partial_\tau \phi(\tau, x) = \frac{\overline{\delta S}}{\delta \phi(\tau, x)}$

$$\mathcal{J}_\sigma = \{ \phi(x, \tau) | \phi(x, -\infty) = \phi_c(x) \} \quad \left. \frac{\delta S}{\delta \phi} \right|_{\phi=\phi_c} = 0$$

Lefschetz-Thimble法

振動積分を振動のない積分経路に分解

(最急降下法の多変数版)

フロー方程式 $\partial_\tau \phi(\tau, x) = \frac{\overline{\delta S}}{\delta \phi(\tau, x)}$

$$\mathcal{J}_\sigma = \{ \phi(x, \tau) | \phi(x, -\infty) = \phi_c(x) \} \quad \left. \frac{\delta S}{\delta \phi} \right|_{\phi=\phi_c} = 0$$

問題点: 経路を見つけるのが大変

例えばトンネルが起きる場合は複数の経路

Tanizaki, Koike, Ann. Phys. 351, 250 (2014)

量子カオスの研究でも類似の手法を用いて解析

cf. Shudo, Ikeda, Phys. Rev. Lett. 74682 (1995), Physica D115, 234 (1998)

最近の実時間シミュレーション

Alexandru, Basar, Bedaque, Vartak, Warrington, Phys. Rev. Lett. 117, 081602 (2016)

Alexandru, Basar, Bedaque, Ridgway, Phys. Rev. D 95, 114501 (2017)

フロー方程式 $\partial_\tau \phi(\tau, x) = \frac{\overline{\delta S}}{\delta \phi(\tau, x)}$

を使って経路を変形

Alexandru, Basar, Bedaque, Ridgway, Warrington JHEP 1605, 053 (2016)

最近の実時間シミュレーション

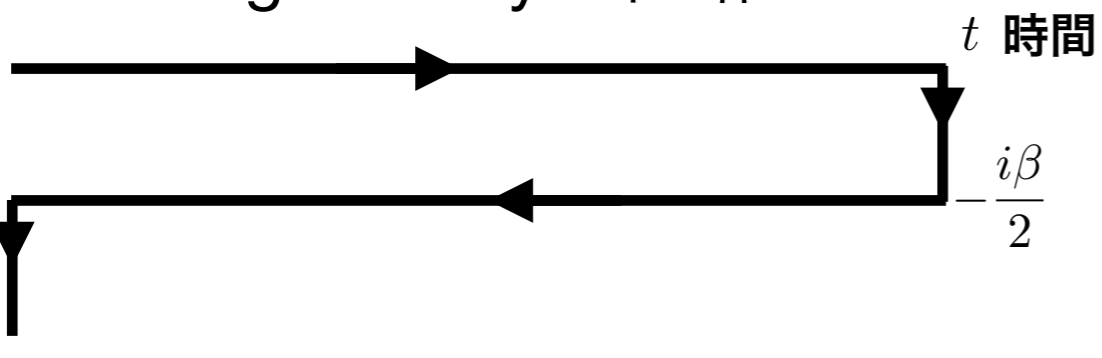
Alexandru, Basar, Bedaque, Vartak, Warrington, Phys. Rev. Lett. 117, 081602 (2016)
 Alexandru, Basar, Bedaque, Ridgway, Phys. Rev. D 95, 114501 (2017)

フロー方程式 $\partial_\tau \phi(\tau, x) = \frac{\delta S}{\delta \phi(\tau, x)}$

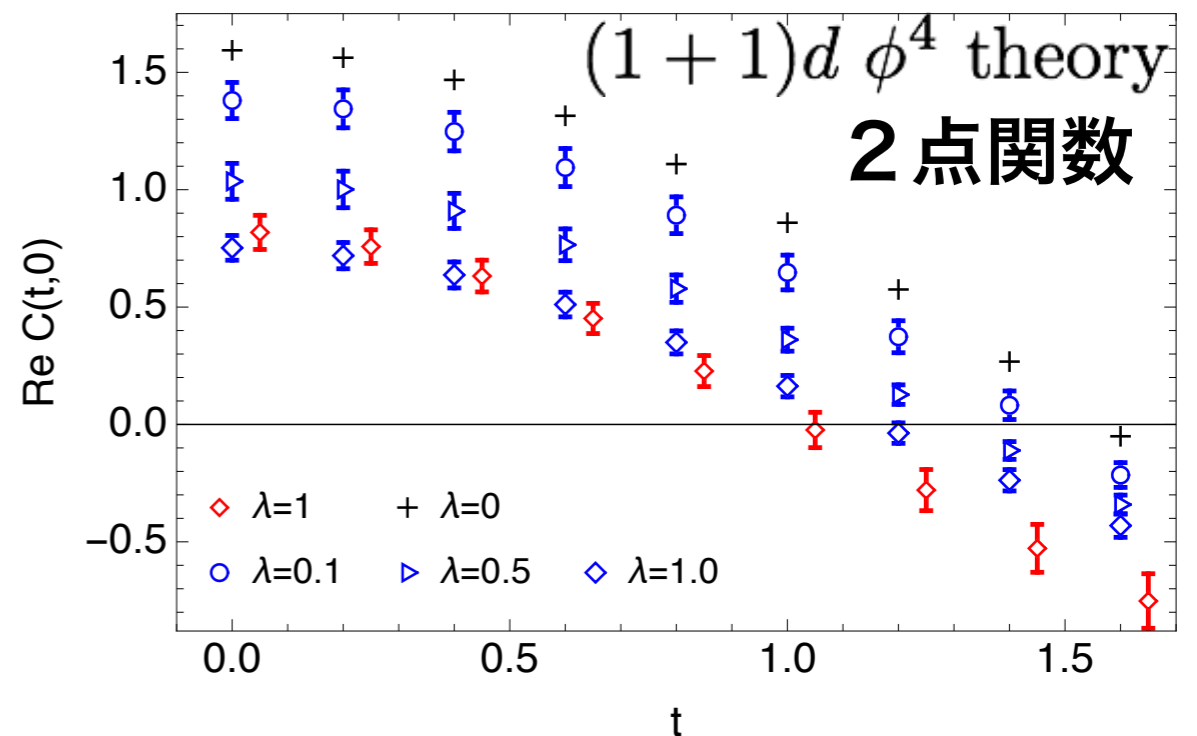
を使って経路を変形

Alexandru, Basar, Bedaque, Ridgway, Warrington JHEP 1605, 053 (2016)

Schwinger-Keldysh経路

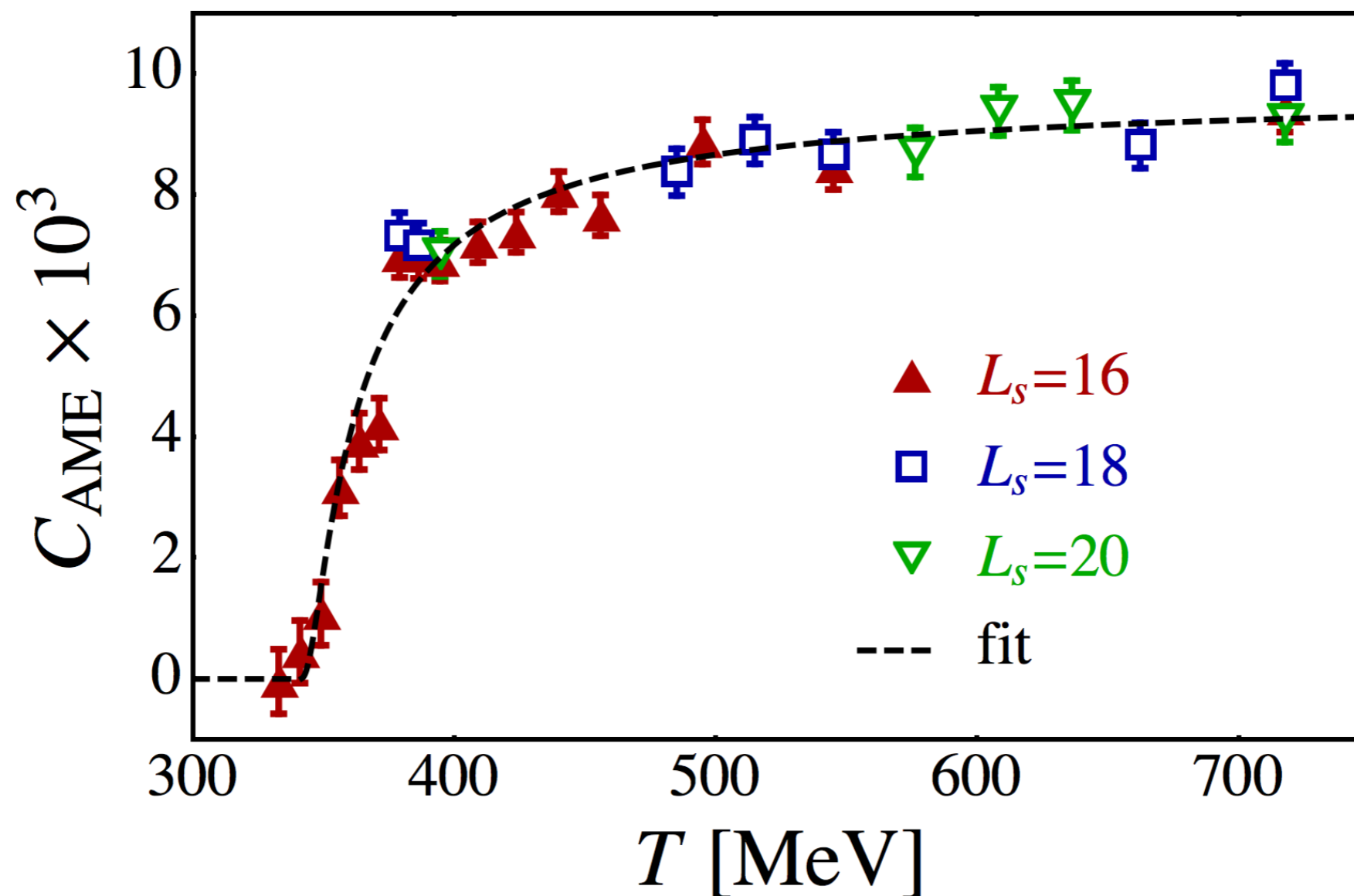


Alexandru, Basar, Bedaque, Ridgway, Phys. Rev. D 95, 114501 (2017)



軸性磁気効果の温度依存性

Braguta, Chernodub, Goy, Landsteiner, Molochkov, Polikarpov, Phys. Rev. D 89, 074510 (2014)



古典統計近似

$$\int_{\rho} \mathcal{D}A_1 \mathcal{D}A_2 \exp\left(iS[A_1] - iS[A_2]\right)$$

古典場 $A_R = \frac{A_1 + A_2}{2}$ が強い. ゆらぎ $A_A = A_1 - A_2$ が小さいとする

$f \gg 1/\alpha_s$ CGC: over population

古典統計近似

$$\int_{\rho} \mathcal{D}A_1 \mathcal{D}A_2 \exp\left(iS[A_1] - iS[A_2]\right)$$

古典場 $A_R = \frac{A_1 + A_2}{2}$ が強い. ゆらぎ $A_A = A_1 - A_2$ が小さいとする

$f \gg 1/\alpha_s$ CGC: over population

$$= \int_{\rho} \mathcal{D}A_R \mathcal{D}A_A \exp\left(i \int d^4x A_A(x) \frac{\delta S[A_R]}{\delta A_R(x)} + O(A_A^3)\right)$$

$$\simeq \int_{\rho} \mathcal{D}A_R \delta\left(\frac{\delta S[A_R]}{\delta A_R(x)}\right)$$

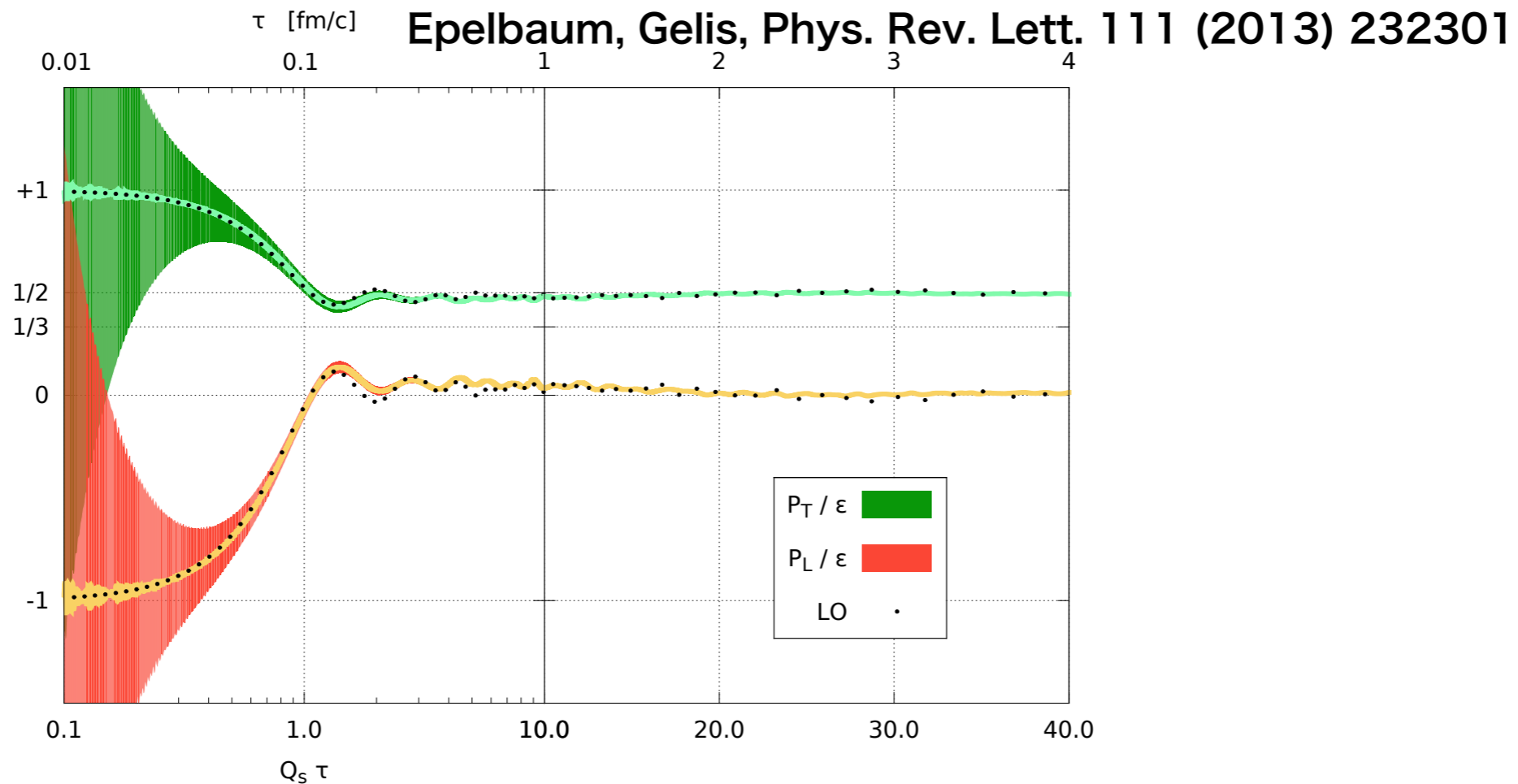
時間発展は古典的

初期分布:量子的な広がり

古典統計近似

古典Yang-Millsシミュレーション

様々な不安定性: Weibel不安定性, カオス, 乱流



注)古典Yang-Millsシミュレーション
だけでは熱平衡状態は実現不可能